

Automatisation de l'initialisation d'une boîte quantique au régime à un électron

par

Maxime Lapointe-Major

Mémoire présenté au département de physique
en vue de l'obtention du grade de maître ès sciences (M.Sc.)

FACULTÉ des SCIENCES
UNIVERSITÉ de SHERBROOKE

Sherbrooke, Québec, Canada, 13 septembre 2018

Le 13 septembre 2018

le jury a accepté le mémoire de Monsieur Maxime Lapointe-Major dans sa version finale.

Membres du jury

Professeur Michel Pioro-Ladrière
Directeur de recherche
Département de physique

Professeur André-Marie Tremblay
Membre interne
Département de physique

Professeur Patrick Fournier
Président rapporteur
Département de physique

À mes parents et amis

Sommaire

Ce mémoire présente le programme conçu et mis en oeuvre pour l'initialisation d'une boîte quantique au régime à un électron. Ce dernier a été conçu pour des dispositifs fonctionnant en accumulation de type métal-oxyde-semiconducteur dans le silicium et dont la mesure du niveau d'occupation de la boîte quantique est effectuée à l'aide d'un transistor mono-électronique.

Divers outils d'analyse et de reconnaissance d'image ont été adaptés et mis au point dans les modules de traitement de signal et de reconnaissance d'image qui, ensemble, permettent au programme d'extraire toute l'information qui lui est pertinente d'une mesure expérimentale. La séquence des mesures effectuées par le module de prise de décision du programme permet d'obtenir un gain allant jusqu'à un ordre de grandeur sur le temps requis pour initialiser le dispositif par rapport au temps que requière la mesure d'un diagramme de stabilité.

Le développement de ces outils constitue une expertise nouvelle dans le groupe de recherche du professeur Pioro-Ladrière mais également une contribution nouvelle dans le domaine des qubits de spin dans des boîtes quantiques.

Ce travail est une étape importante vers la conception et la réalisation d'un programme pouvant initialiser un dispositif comprenant plusieurs boîtes quantiques. Il permettra aux expérimentateurs de sauver plusieurs centaines d'heures servant au filtrage des échantillons défectueux et à l'initialisation des dispositifs fonctionnels en un seul clic.

Remerciements

Dans un premier temps, j'aimerais remercier mon directeur de recherche, Michel Pioro-Ladrière, pour son support tout au long de ma maîtrise. Michel a su se montrer patient face aux nombreuses embûches qui parsèment une maîtrise et il est toujours présent pour ses étudiants. Sa motivation est sans égale et devient rapidement contagieuse.

J'aimerais également remercier tous les membres du groupe de recherche de Michel. En particulier, Sophie, Julien et Dany qui ont pris le temps de répondre à mes nombreuses questions sur le fonctionnement des dispositifs à l'étude dans le laboratoire ainsi que sur la physique sous-jacente à ces derniers. Je souligne également la présence de tous les autres participants de l'heure du thé au bureau.

J'aimerais également souligner l'apport du personnel technique de l'Institut Quantique. En particulier Christian Lupien pour avoir partagé avec moi ses connaissances infinies de Python. Je remercie également Jean-Olivier Simoneau pour son aide avec certains défis de programmation.

Finalement, un merci spécial à mes parents qui étaient présents pour moi depuis le début de mon parcours universitaire. Merci également à Audrey et Happy pour votre soutien à tous les instants.

Table des matières

Sommaire	ii
Introduction	1
1 Aspects Expérimentaux	4
1.1 Dispositifs de boîte quantique MOS	4
1.1.1 Dispositifs MOS	4
1.2 Détection de charge	6
1.2.1 Transistor mono-électronique	6
1.2.2 Mesure à l'aide d'un SET	7
1.2.3 Diagramme de stabilité	9
2 Cahier des charges	13
2.1 Problématique	13
2.2 Travaux antérieurs	15
2.2.1 Initialisation par méthode visuelle contrôlée par ordinateur	15
2.2.2 Initialisation dirigée par programme d'IA	16
2.3 Cahier des charges	17
2.3.1 Objectifs	17
2.3.2 Caractéristiques et restrictions	18
3 Traitement de signal	19
3.1 Description du signal	19
3.2 Transformée de Hilbert	20
3.2.1 Formulation mathématique	21
3.2.2 Propriétés du signal analytique	22
3.3 Filtre	24
3.3.1 Filtre Butterworth	24
3.4 Extraction de la position des transitions	29

<i>Table des matières</i>	vi
4 Reconnaissance d'images	34
4.1 Transformée de Hough	35
4.2 Version efficace de la transformée de Hough	36
4.2.1 Algorithme	39
5 Séquence de mesures	51
5.1 Préparation pour le démarrage du programme	51
5.2 Séquence de mesures	53
5.3 Résultats et performance	55
6 Perspectives	56
Conclusion	60
Bibliographie	61

Table des figures

1.1	Schéma du dispositif de boîte quantique MOS.	5
1.2	Schéma d'un transistor mono-électronique.	7
1.3	Schéma et mesures expérimentales du courant circulant dans un SET	8
1.4	Diagramme de stabilité AD-AR; diagramme fontaine.	10
1.5	Configuration en énergie dans différents régimes d'opération de la boîte quantique. La ligne en pointillée correspond à la configuration en énergie au point (i).	10
2.1	Schéma du fonctionnement de l'algorithme d'initialisation.	17
3.1	Transformée de Fourier de la fonction $f(V) = 1/(\pi \cdot V)$	21
3.2	Exemples de la transformée de Hilbert pour deux fonctions.	23
3.3	Atténuation en fonction de la fréquence pour un filtre "Butterworth"	24
3.4	Résultat de l'application du filtre "Butterworth" dans le régime des fréquences et sur la trace 1.3a. Le filtre conserve les sauts présents dans le signal.	25
3.5	Résultat du lissage pour l'extraction de la fréquence de coupure du filtre passe-haut.	27
3.6	Trace 1.3b une fois filtrée à la fréquence de coupure tel qu'illustré ci-haut. .	28
3.7	Représentation dans le plan complexe de la transformée de Hilbert d'un signal	30
3.8	Diagramme de stabilité à différentes étapes du module de traitement de signal.	33
4.1	Exemple de la procédure de votes de la transformée de Hough conventionnelle pour un seul point.	37
4.2	Exemple de la procédure de votes de la transformée de Hough conventionnelle pour un ensemble de 6 points.	38
4.3	Illustration des difficultés liées à l'utilisation de la transformée de Hough conventionnelle et de la solution proposée.	41

4.4	Illustration de la translation puis rotation d'un regroupement de points vers le référentiel primé servant au calcul des incertitudes. Cette image est tirée de l'article [1].	43
4.5	Illustration des paramètres utilisés pour le calcul du pointage (critère de colinéarité).	45
4.6	Illustration de l'algorithme de segmentation récursif d'un regroupement de points. Cette image est tirée de la réf [1].	48
4.7	Transitions détectées pour deux diagrammes de stabilité.	49
4.8	Résultat des algorithmes de regroupement et segmentation.	49
4.9	Résultat de la transformée de Hough modifiée pour chacun des regroupements de points de la figure 4.8.	50
4.10	Résultat final des transitions détectées par le module de reconnaissance d'image.	50
5.1	Séquence de mesures pour l'initialisation d'une boîte quantique.	54
5.2	Séquence de mesures pour l'initialisation d'une boîte quantique.	54

Introduction

Mise en contexte

De nos jours, l'informatique occupe une place très importante dans la société. Les gens ont presque en tout temps le nez plongé dans leurs appareils électroniques et cela est dû en grande partie au fait qu'on peut désormais les avoir sur nous en tout temps. Pour ce faire, les compagnies fabriquant ces appareils ont développé des dispositifs suffisamment petits pour que l'utilisateur puisse le tenir dans la paume de sa main et le transporter partout où il va. Cette réduction de la taille des dispositifs est réalisée en grande partie en réduisant la taille de l'unité fondamentale qui les compose, le transistor. Depuis les débuts de sa commercialisation, la taille de cette composante décroît exponentiellement avec les années. Cette décroissance exponentielle est bien connue sous le nom de "loi de Moore" [2]. Cette loi reflète très bien le progrès qu'ont subi les ordinateurs à travers les années, mais il existe toutefois une limite physique à celle-ci. En effet, si les transistors sont trop petits, on verra apparaître des phénomènes quantiques qui affecteront leur bon fonctionnement et pourront causer des malfunctions de l'ordinateur [3].

Cette prédiction a malgré tout ouvert la porte à un tout nouveau domaine de recherche, soit l'informatique quantique. En effet, là où certains ont vu une limitation, d'autres y ont vu une opportunité en utilisant ces phénomènes afin d'effectuer certains calculs substantiellement plus rapidement qu'avec un ordinateur classique [4,5]. L'objectif du domaine est donc de construire un ordinateur exploitant ces phénomènes : un ordinateur quantique.

Parmi les nombreuses applications promises pour l'ordinateur quantique, on en retrouve des remarquables dans les domaines de la physique du solide et de la chimie [6]. Par exemple, un ordinateur quantique contribuerait à développer des nouveaux médicaments et des matériaux de pointe beaucoup plus efficacement qu'on peut le faire aujourd'hui.

Cette machine serait composée de plusieurs bits quantiques (qubits) qui formeraient l'unité fondamentale de l'ordinateur quantique. Une bonne portion de la recherche dans le domaine vise donc à fabriquer un qubit avec un très long temps de vie et à démontrer un ensemble de manipulations (portes logiques) qui serviraient à effectuer un calcul [7].

Plusieurs plateformes physiques ont depuis été mises de l'avant pour l'implémentation physique d'un qubit comme les trappes à ions [8,9], les qubits supraconducteurs [10,11], les centre N-V [12] ou encore les qubits de spin [13,14]! Ces derniers seront ce qui nous intéressera dans le cadre de ce mémoire.

Qubits de spin

Tout comme dans un ordinateur classique, l'information dans un ordinateur quantique serait encodée de façon binaire. Pour cette raison, un spin $1/2$ apparaît comme un candidat idéal pour l'encodage puisqu'il possède naturellement seulement deux degrés de liberté (spin \uparrow , spin \downarrow). Certaines plateformes physiques en informatique quantique visent donc à isoler un électron afin d'utiliser son spin comme qubit.

La communauté des qubits de spin a effectué des progrès significatifs au cours des dernières années dans le but de démontrer que les qubits de spins sont une solution de choix pour l'implémentation physique d'un ordinateur quantique [15–23].

Parmi les résultats les plus importants, on y retrouve la démonstration de temps de cohérence de plusieurs heures [24], un ensemble universel de portes logiques incluant des opérations à un qubit avec plus de 99.9 % de fidélité [25] et les portes à deux qubits CNOT et CZ [26], des méthodes de mesures sélectives de l'état de spin [27] et des stratégies pour interfacer cette plateforme physique avec d'autres architectures tout aussi prometteuses [28].

Une des quelques approches possibles pour former un qubit de spin (et c'est celle qui nous intéressera dans le cadre de ce mémoire) consiste à utiliser des dispositifs de boîtes quantiques définies électriquement pour confiner l'électron [13]. Ces dispositifs sont particulièrement intéressants puisqu'ils permettent d'obtenir un large degré de contrôle sur plusieurs caractéristiques du qubit. Cependant, il reste encore plusieurs défis à surmonter avant de fabriquer un ordinateur quantique fonctionnel et utile à l'aide de cette plateforme physique. La plupart de ces défis résident dans l'échelonnabilité des systèmes [29]. En effet, bien que la fabrication d'un dispositif avec peu de boîtes quantiques (deux ou trois) soit relativement facile de nos jours, la réalisation de dispositifs avec plusieurs boîtes quantiques demeure assez difficile. Le degré de complexité associé à la mesure de l'échantillon, à la

fabrication, la conception et l'initialisation des dispositifs à plusieurs boîtes quantiques croît plus rapidement que la taille du système.

Le problème auquel nous nous sommes attaqués dans le cadre de ce projet est en lien avec l'échelonnabilité des systèmes de boîtes quantiques, plus spécifiquement avec l'initialisation de ces dispositifs. En effet, l'ajustement des grilles de contrôle sur ces derniers dans le but d'atteindre le régime d'opération désiré est un processus très long et fastidieux qui requiert à l'expérimentateur une connaissance approfondie de la physique de l'échantillon [30]. La solution proposée pour palier à ce problème consiste à automatiser cette tâche pré-requise à toute expérience.

Dans le cadre de ce travail, un algorithme classique a été conçu et implémenté afin d'automatiser l'initialisation d'un dispositif de boîte quantique unique au régime opérationnel désiré. Dans un premier lieu, la physique d'un dispositif de boîte quantique et de la mesure en détection de charge sera décrite en détail. Par la suite, le cahier des charges sera présenté afin de bien définir les besoins et restrictions que devra respecter l'algorithme. Les outils de traitement de signal et de reconnaissance d'images servant à extraire l'information des mesures effectuées par le programme seront ensuite présentées. Finalement, la séquence de mesures servant à l'initialisation sera détaillée et diverses améliorations qui pourraient être apportées au programme seront décrites.

Chapitre 1

Aspects Expérimentaux

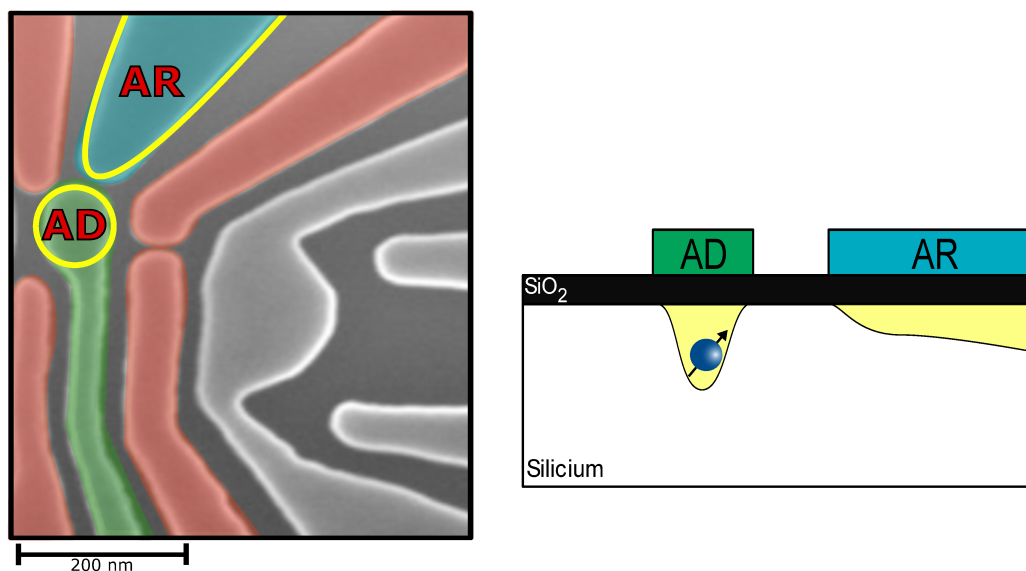
Ce chapitre présente les notions requises à la compréhension du signal mesuré en détection de charge. La physique sous-jacente à la formation d'une boîte quantique et du dispositif de détection de charge sera d'abord décrite, puis les caractéristiques du signal mesuré seront traitées en détail.

1.1 Dispositifs de boîte quantique MOS

1.1.1 Dispositifs MOS

Les dispositifs décrits dans cette section sont développés en collaboration avec Sandia National Laboratories et leur fabrication est effectuée dans les installations de Sandia au Nouveau-Mexique. Ces derniers sont des dispositifs de type "MOS", qui signifie métal-oxyde-semiconducteur. Leur nom vient du fait que ces dispositifs sont composés d'un empilement de grilles métalliques, d'une mince couche d'oxyde de silicium puis d'un substrat semiconducteur (ici du silicium).

L'utilisation du silicium permet de tirer profit des techniques de fabrication avancées déjà très développées pour la fabrication des ordinateurs classiques et de générer avec précision de très petites structures. La petite taille des grilles de contrôle est essentielle afin de former une boîte quantique suffisamment petite possédant des énergies de confinement élevées. De plus, le silicium peut être purifié afin de ne conserver que le Si_{28} , qui possède un spin nucléaire nul. Ceci permet d'améliorer grandement la qualité des qubits de spins dans ces structures puisque le substrat agit comme un vide magnétique.



(a) Vue de haut du dispositif obtenue par mesure d'un microscope électronique à balayage.

(b) Vue de côté du dispositif.

FIGURE 1.1 Schéma du dispositif de boîte quantique MOS, (vert) grille d'accumulation de la boîte quantique, (turquoise) grille d'accumulation du réservoir, (rouge) grilles de déplétion, (jaune) boîte quantique et réservoir d'électrons.

L'architecture de grilles utilisée ici (figure 1.1a) a été développée par Sophie Rochette et permet de former un réservoir d'électrons, une boîte quantique et un dispositif de transistor mono-électronique servant à la détection de charge. Un contrôle complet sur le nombre d'électrons dans la boîte quantique et sur le couplage tunnel entre la boîte quantique et son réservoir est possible à partir de seulement les grilles d'accumulation AR et AD. [31]

Les dispositifs de boîte quantique MOS fonctionnent en accumulation. Cela signifie que les dispositifs possèdent plusieurs grilles de contrôle opérées en voltage positif afin d'attirer des électrons du substrat et de les accumuler à l'interface avec l'oxyde. Ces grilles de contrôle sont nommées des grilles d'accumulation.

Formation d'une boîte quantique

Pour former une boîte quantique, une première grille d'accumulation est d'abord activée afin de former un réservoir d'électrons sous la grille. Pour l'échantillon présenté en exemple (fig. 1.1a), il s'agit de la grille AR (couleur turquoise). La boîte quantique est ensuite formée en activant une seconde grille d'accumulation AD (couleur vert). En appliquant la bonne tension sur cette grille de contrôle, un électron unique peut être ajouté dans la boîte quantique depuis le réservoir par effet tunnel. Bien sûr, l'utilisation de seulement deux grilles de contrôle

serait idéale, mais en pratique, du confinement doit être ajouté afin de bien définir la boîte quantique et le réservoir. C'est l'utilité qu'ont les grilles de confinement (couleur rouge) situées autour des deux grilles d'accumulation.

1.2 Détection de charge

La section précédente servait à expliquer comment une boîte quantique est formée dans des dispositifs de type MOS. Cependant, la méthode de mesure de ces dispositifs n'a pas été touchée.

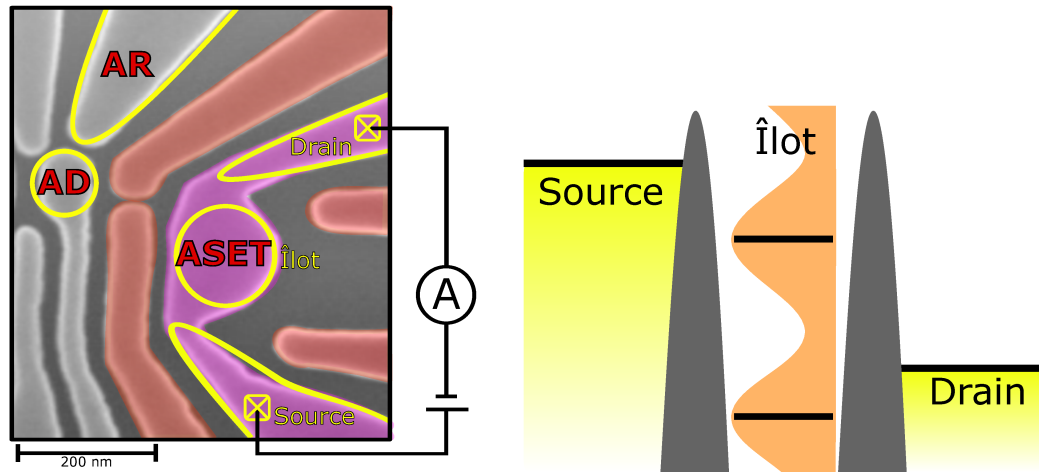
Cette section décrit donc la procédure pour former un dispositif pour la détection de charges ainsi que la physique sous-jacente à son fonctionnement. La composante d'électronique quantique utilisée, le transistor mono-électronique, est sensible à la position de charges individuelles dans l'échantillon et permettra de détecter les transitions dans le nombre d'électrons présents dans la boîte quantique.

1.2.1 Transistor mono-électronique

Un transistor mono-électronique, communément appelé SET en raison de son acronyme anglophone, est formé d'un îlot quantique situé entre deux réservoirs d'électrons. Pour former un tel dispositif, la grille d'accumulation ASET (grille en mauve sur la figure 1.2a) est d'abord activée afin de former un énorme réservoir d'électrons sous la grille à l'interface oxyde-semiconducteur. Des grilles de confinement (grilles en rouge) sont ensuite activées afin de pincer le réservoir d'électrons à deux endroits et former un îlot quantique sous la grille ASET. En raison du confinement, l'îlot possède des niveaux d'énergie discrets (traits noirs sur la figure 1.2b).

Une différence de tension V est alors appliquée entre les 2 réservoirs d'électrons via des contacts ohmiques afin de séparer leurs énergies de Fermi de eV (fig. 1.2b). Dans ce régime d'opération, un courant peut circuler entre les deux réservoirs si un des niveaux d'énergie de l'îlot se situe entre les énergies de Fermi des réservoirs. Dans le cas contraire, il y a alors blocage de Coulomb et aucun courant ne peut circuler.

En pratique, les niveaux d'énergie de l'îlot ne sont pas parfaitement discrets. On retrouve plutôt une densité d'états continue dans l'îlot (en orange sur la figure 1.2b) en raison des effets thermiques, du bruit de charge et des interactions électron-phonon. Les barrières tunnel séparant les réservoirs de l'îlot peuvent également devenir très minces et les niveaux



(a) Vue de haut du dispositif, (mauve) grille d'accumulation du transistor mono-électronique, (rouge) grilles de déplétion, (jaune) boîtes quantiques et réservoirs d'électrons.

(b) Schéma énergétique pour le transistor mono-électronique, (orange) densité d'état d'électrons dans l'îlot, (gris) Barrières de potentiel

FIGURE 1.2 Schéma d'un transistor mono-électronique.

d'énergie de l'îlot peuvent alors s'hybrider avec les mers de Fermi des réservoirs. Dans ces conditions, il y aura toujours des niveaux d'énergie de l'îlot qui pourront contribuer au courant et ce dernier ne tombera jamais à zéro. L'avantage de ce régime d'opération par rapport au régime de blocage de Coulomb est que le transistor mono-électronique sera toujours sensible aux déplacements de charges dans l'échantillon.

1.2.2 Mesure à l'aide d'un SET

Afin de bien comprendre comment un SET permet de mesurer la dynamique électronique de l'échantillon, il faut d'abord observer l'effet de la tension appliquée sur une grille de contrôle sur les niveaux d'énergie de l'îlot. Lorsque la tension sur la grille ASET est augmentée, la densité d'états dans l'îlot est poussée vers le bas. En balayant la tension sur la grille ASET, des oscillations dans le courant circulant dans le SET seront observées selon qu'un maximum ou un minimum de la densité d'états de l'îlot se situe entre les deux niveaux d'énergie de Fermi des réservoirs (courbe bleue, fig. 1.3a).

Lorsqu'un électron est ajouté dans la boîte quantique, l'îlot voit alors un potentiel légèrement plus négatif. Pour atteindre le même régime d'opération du SET, il faut donc compenser l'effet de l'électron en appliquant un voltage légèrement plus positif sur la grille ASET. La courbe de courant en fonction de la tension sur ASET est alors décalée vers la

droite (courbe verte, fig. 1.3a).

C'est cette propriété du courant dans le SET qui permettra de mesurer l'ajout ou le retrait d'électrons dans la boîte quantique. En effet, lorsque le nombre d'électrons occupant la boîte quantique changera, le courant dans le SET passera d'une courbe à l'autre et un saut apparaîtra dans le signal mesuré (courbe rouge, fig. 1.3a).

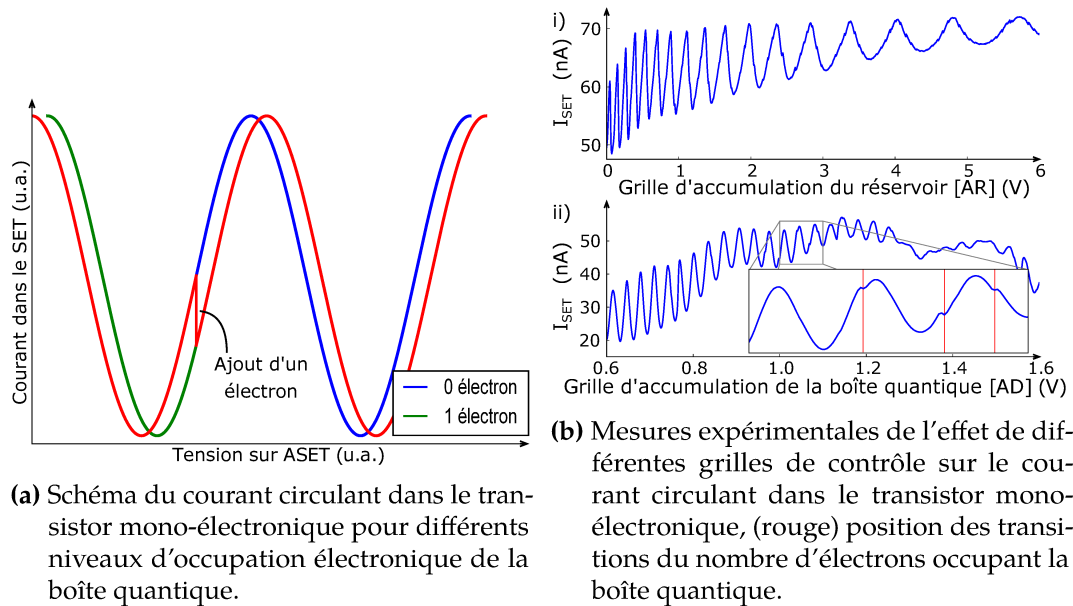


FIGURE 1.3 Schéma et mesures expérimentales du courant circulant dans un transistor mono-électronique.

En pratique, la grille ASET a peu d'effet sur la boîte quantique ainsi que son réservoir et son effet est dépourvu d'intérêt. Sa seule utilité est pour la formation du SET. Les grilles dont l'effet est le plus pertinent sont les grilles d'accumulation AD et AR. Lorsque la tension sur ces grilles est balayée, le courant circulant dans le SET présente les mêmes oscillations que lors du balayage de la grille ASET, mais ces oscillations auront une période beaucoup plus grande. Cela s'explique par le fait que le couplage capacitif entre ces grilles et l'îlot du SET est beaucoup plus faible que celui de la grille ASET avec l'îlot. Malgré tout, la même signature de l'ajout ou du retrait d'un électron dans la boîte quantique pourra être observée dans le courant circulant dans le SET.

La figure 1.3b présente deux mesures expérimentales de l'effet des grilles AR et AD sur le courant circulant dans le SET. Ces signaux présentent plusieurs caractéristiques qui ne peuvent pas être expliquées avec les notions jusqu'ici décrites.

Par exemple, le signal 1.3b(i) présente une modulation de la période des oscillations avec

la tension de grille. Cette caractéristique du signal peut être expliquée par un phénomène d'écrantage. À mesure que des électrons sont accumulés sous la grille de contrôle, ces derniers écrantent l'effet de la grille pour laquelle une tension beaucoup plus grande doit être appliquée afin d'obtenir le même effet sur l'îlot du SET.

Les deux mesures présentées en exemple comportent aussi une modulation de l'amplitude des oscillations avec la tension de grille ainsi qu'une modulation sur le courant moyen circulant dans le dispositif de SET. Ces deux caractéristiques du signal sont dues à la modulation des barrières tunnel. Dans les dispositifs de silicium MOS, l'interface entre le semiconducteur et l'oxyde est désordonnée puisqu'elle est non épitaxiale. Les défauts à cette interface peuvent alors piéger des charges, modifiant le potentiel électrostatique, ou même modifier la forme, la hauteur et la largeur des barrières tunnel dans le SET (allant même jusqu'à les rendre opaques comme c'est le cas à environ 1.3V sur la figure 1.3b(ii)).

La formule générale décrivant le courant circulant dans le SET peut s'écrire comme suit :

$$I_{SET} = A(V) \cdot \cos [\omega(V) \cdot V + \phi(N(V))] + B(V) \quad (1.1)$$

Les dépendances en tension de A , B , ω et N ne peuvent pas être prédites à l'avance puisqu'elles dépendent des détails microscopiques de l'échantillon. Ces dernières sont toutefois reproductibles pour un même échantillon.

1.2.3 Diagramme de stabilité

Jusqu'ici, l'effet de la tension d'une grille de contrôle sur le courant circulant dans le SET a été détaillé. Cependant, leur impact sur la boîte quantique elle-même n'a toujours pas été traité.

Cette section décrit donc l'effet des grilles d'accumulation AD et AR sur la boîte quantique. Pour ce faire, une cartographie de l'effet de ces deux grilles sera effectuée grâce à la mesure d'un diagramme de stabilité. La physique sous-jacente à cette mesure sera traitée en détail.

Diagramme fontaine [AD-AR]

Le diagramme de stabilité AD-AR est la mesure permettant d'extraire le plus d'information sur la boîte quantique. Sur ce diagramme, les transitions dans le nombre d'occupation électronique de la boîte quantique forment un motif de fontaine, d'où son nom de diagramme

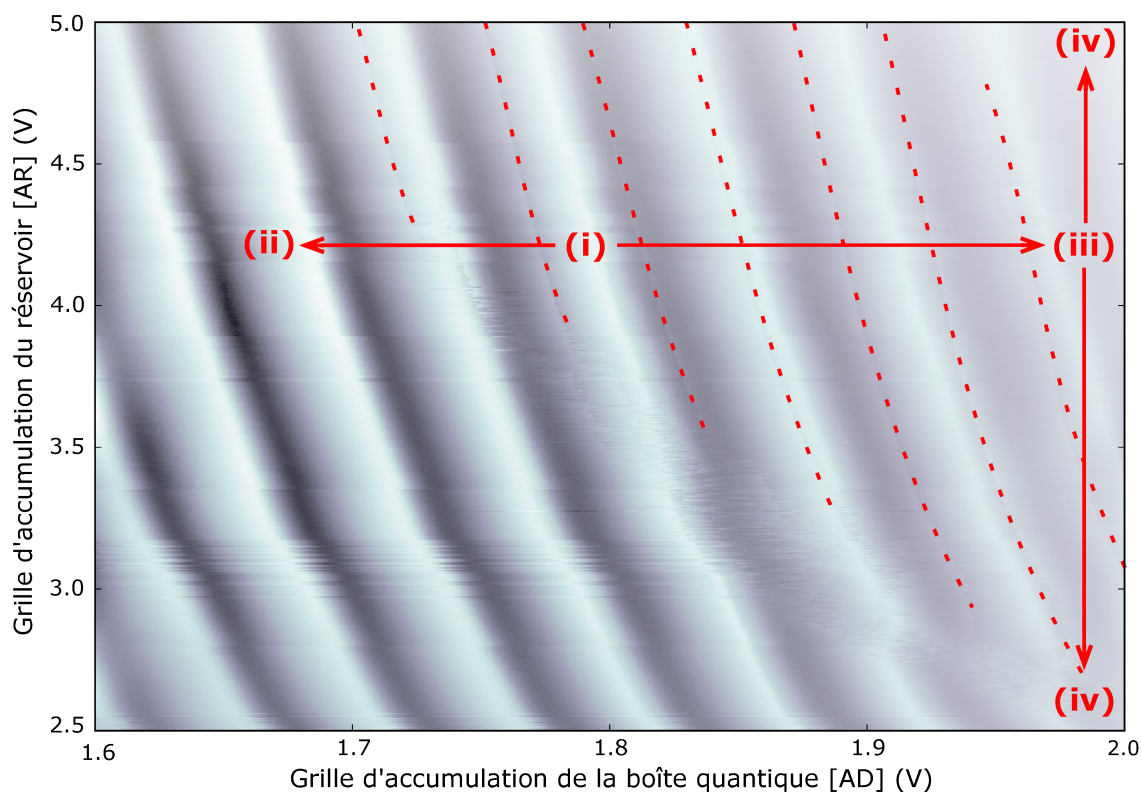


FIGURE 1.4 Diagramme de stabilité [AD-AR] ; Diagramme fontaine. Les lignes pointillées rouge superposent les transitions dans le nombre d'électrons occupant la boîte quantique afin d'aider le lecteur à les identifier. La configuration d'énergie dans le système est décrite pour les régions (i) à (iv) sur la figure 1.5. Les régions en noir correspondent aux minima de courant et les régions en blanc aux maxima de courants

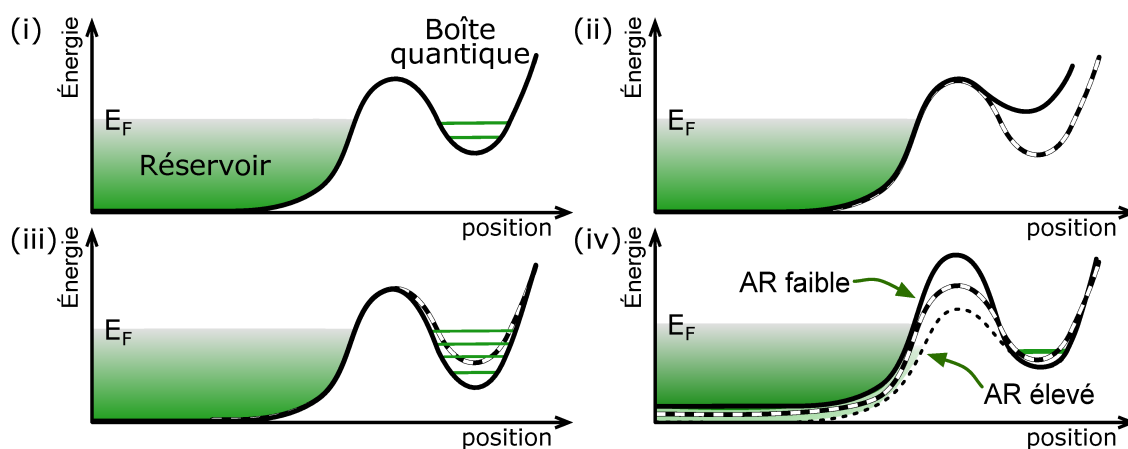


FIGURE 1.5 Configuration en énergie dans différents régimes d'opération de la boîte quantique. La ligne en pointillée correspond à la configuration en énergie au point (i).

fontaine. L'explication pour l'apparition de ce patron de transitions réside dans la physique de l'énergie dans l'échantillon. Un exemple du résultat de cette mesure est présentée sur la figure 1.4.

Au point d'opération (i), la boîte quantique est formée et les deux niveaux d'énergie les plus bas dans cette dernière sont situés sous le niveau d'énergie de Fermi du réservoir d'électrons (voir figure 1.5(i)). De plus, le taux tunnel entre la boîte quantique et son réservoir est suffisamment élevé pour que des électrons soient ajoutés dans la boîte quantique depuis son réservoir.

En diminuant la tension sur la grille d'accumulation AD, la hauteur du potentiel dans la boîte quantique est augmentée. Au point d'opération (ii) de la figure 1.4, le creux du potentiel est tellement élevé qu'aucun des niveaux d'énergie de la boîte quantique ne se situe sous l'énergie de Fermi du réservoir (figure 1.5(ii)). La boîte quantique est donc complètement vide.

À l'inverse, la tension sur la grille d'accumulation AD peut également être augmentée afin d'ajouter des niveaux d'énergie accessibles dans la boîte quantique (donc des niveaux d'énergie se situant sous le niveau d'énergie de Fermi du réservoir). Au point d'opération (iii), la boîte quantique est dans une configuration où elle contient plusieurs électrons (figure 1.5(iii)).

Le potentiel de la grille d'accumulation AR peut également être diminué, ce qui a pour effet d'augmenter la hauteur de la barrière de potentiel entre la boîte quantique et le réservoir (et ainsi diminuer le taux tunnel entre ces emplacements). Lorsque la barrière est suffisamment élevée, le taux tunnel devient alors de l'ordre du temps d'intégration de la mesure. C'est pour cette raison que les transitions disparaissent dans le bas du diagramme fontaine (et c'est d'ailleurs ce qui donne lieu à l'apparition du patron de fontaine). En effet, au point d'opération (iv↓), un ou plusieurs niveaux d'énergie de la boîte quantique se situent sous l'énergie de Fermi du réservoir, mais le taux tunnel est trop faible pour permettre à un électron d'être ajouté dans la boîte quantique (figure 1.5(iv)).

En augmentant la tension sur la grille AR, la hauteur de la barrière de potentiel séparant le réservoir de la boîte quantique est diminuée (figure 1.5(iv)). Lorsque la tension est suffisamment grande, la hauteur de la barrière de potentiel est alors de l'ordre de l'énergie thermique $k_B T$. Un élargissement des transitions du nombre d'électrons occupant la boîte quantique sera alors observé. En augmentant davantage la tension sur la grille AR, les transitions disparaîtront puisque la boîte quantique sera alors confondue avec son réservoir d'électrons. C'est ce qui est observé au régime d'opération (iv↑), où la boîte quantique

n'existe tout simplement plus.

Chapitre 2

Cahier des charges

Dans le chapitre précédent, la physique du diagramme de stabilité servant à l'initialisation "manuelle" d'un dispositif de boîte quantique a été décrite en profondeur. Le terme "initialisation" signifie ici l'ajustement de l'ensemble des tensions de grilles afin d'atteindre un régime opérationnel souhaité de la boîte quantique. Pour la suite de ce travail, l'initialisation d'un dispositif réfèrera au régime à un seul électron, régime opérationnel désiré pour débiter les expériences.

Ce deuxième chapitre présente les difficultés rencontrées lors de l'initialisation d'un dispositif ainsi que certaines solutions proposées dans la littérature. L'applicabilité de ces solutions aux dispositifs MOS en silicium utilisés dans le groupe de Michel Pioro-Ladrière sera ensuite discutée puis les objectifs du projet seront énoncés clairement.

2.1 Problématique

L'initialisation d'une boîte quantique est par contre effectuée manuellement et il s'agit d'un processus très long et fastidieux pour lequel l'expérimentateur doit se fier à son intuition et avoir une très bonne connaissance de la physique du système. En effet, les tensions d'opération peuvent varier de plusieurs centaines de mV d'un échantillon à l'autre et ces variations dans le régime d'opération ne peuvent pas être prédites à l'avance puisqu'elles dépendent des détails microscopiques de l'échantillon. Avant de mesurer un diagramme de stabilité, l'utilisateur doit donc effectuer plusieurs mesures préliminaires afin de déterminer les plages de tension pertinentes pour la mesure. Par la suite, la mesure du diagramme de stabilité prend elle-même plusieurs heures à compléter.

C'est pour cette raison qu'on s'intéresse à la conception et la réalisation d'un programme pour l'initialisation d'une boîte quantique. Ce programme devra être en mesure d'initialiser le dispositif avec une bonne certitude sans devoir mesurer l'ensemble du diagramme de stabilité.

À priori, il peut sembler surprenant que personne dans la communauté des boîtes quantiques ne se soit attaqué à ce problème jusqu'à maintenant. Cependant, il faut réaliser que jusqu'à récemment, la plupart des groupes de recherche travaillaient sur des systèmes ne contenant que quelques boîtes quantiques (deux ou trois maximum). Le temps qu'aurait pris la conception et la réalisation d'un algorithme pour l'initialisation des dispositifs utilisés ne valait tout simplement pas le temps sauvé par son utilisation.

C'est seulement depuis quelques années que les gens s'intéressent à l'échelonnabilité des architectures de boîtes quantiques et, par le fait même, à des systèmes en contenant plusieurs. Dans ces nouvelles expériences, l'espace de paramètres croît substantiellement avec le nombre de boîtes quantiques, tout comme le temps requis pour leur initialisation.

L'initialisation d'un dispositif peut être vu comme un problème d'optimisation avec N paramètres variables, où N est le nombre de grilles de contrôle. La tension sur chacune des N grilles de contrôle peut être ajustée afin de se déplacer dans cet espace à N dimensions et un sous-espace bien précis est visé. Le sous-espace désiré peut inclure une multitude de paramètres du système comme le nombre de boîtes quantiques, le nombre d'électrons dans chacune des boîtes, leur position et le couplage tunnel entre les boîtes et les réservoirs d'électrons.

Il est important de mentionner qu'en raison des couplages capacitifs dans le système, chaque grille de contrôle affecte tous ces paramètres de façon plus ou moins importante. Autrement dit, les grilles n'ont pas un contrôle orthogonal sur tous ces paramètres, rendant le problème d'optimisation d'autant plus difficile.

Bref, si le temps requis pour la conception d'un programme d'initialisation de boîte quantique ne valait peut-être pas la peine pour des petits systèmes, sa pertinence grandit avec la taille des nouveaux dispositifs.

Jusqu'à maintenant, deux groupes de recherche se sont attaqués à ce problème dans les dernières années avec des approches complètement différentes. Cette section a pour but de décrire ces approches puis de décrire leurs avantages et leurs limitations. Par la suite, leur applicabilité à nos propres dispositifs, ici-même à Sherbrooke, sera discutée.

2.2 Travaux antérieurs

2.2.1 Initialisation par méthode visuelle contrôlée par ordinateur

Le premier article présentant un algorithme fonctionnel pour l'initialisation d'un dispositif de boîtes quantiques a été publié en 2016 par le groupe de Vandersypen, de l'université de Delft [32].

Dans cet article, l'auteur présente un algorithme pouvant initialiser une rangée de plusieurs (ici quatre) boîtes quantiques au régime à un électron. La séquence utilisée est similaire à ce que ferait l'utilisateur s'il initialisait le dispositif "à main". C'est-à-dire que le programme effectue une série de mesures puis identifie certaines structures ou caractéristiques attendues dans ces mesures afin d'identifier le régime d'opération et de prendre des décisions sur les mesures à faire. On appellera cette façon de faire une méthode visuelle contrôlée par ordinateur.

Description de l'algorithme

L'algorithme débute en formant les boîtes quantiques sans se soucier du nombre d'électrons qu'elles contiennent. Pour ce faire, 2 réservoirs d'électrons sont formés de part et d'autre d'une boîte quantique et des mesures en transport sont effectuées entre les deux réservoirs de façon analogue à un transistor mono-électronique. Lorsque les grilles de confinement ne sont pas suffisamment négatives, un courant peut circuler entre les deux réservoirs à travers la boîte quantique. Lorsque la tension de grille devient suffisamment négative, les canaux de conduction sont pincés et les barrières tunnel sont alors trop élevées pour qu'un courant puisse circuler. Ce dernier chute donc à zéro. L'algorithme considère que c'est à ce moment où la boîte quantique est formée. Cette étape est effectuée de façon récursive pour toutes les boîtes quantiques de la rangée à initialiser.

Une fois les boîtes quantiques toutes formées, l'algorithme effectue la mesure d'un diagramme de stabilité avec les grilles de contrôle de deux boîtes adjacentes et y détecte les points triples. Le régime à (1,1) électrons y est ensuite identifié et les tensions sont ajustées en conséquence. L'auteur mentionne spécifiquement que la détection des transitions dans le nombre d'électrons d'une ou l'autre des boîtes quantiques (donc la détection de lignes) est un problème trop difficile pour l'algorithme développé.

Évaluation de l'algorithme

À priori, le programme pourrait sembler très performant puisqu'il est conçu pour initialiser des doubles boîtes quantiques et non pas des boîtes quantiques individuelles ($2 > 1$ après tout!). Cependant, cela pose plutôt une restriction sur son utilisation. En effet, pour utiliser cet algorithme, il faut donc obligatoirement une architecture de grilles permettant de former deux boîtes quantiques très près l'une de l'autre.

De plus, l'algorithme requiert d'effectuer des mesures en transport à travers la boîte quantique à initialiser. Les mesures en transport ont l'avantage de fournir à l'expérimentateur de l'information directe sur boîte quantique et contiennent très peu de caractéristiques provenant d'autres composantes dans le dispositif. Cependant, il est généralement difficile de déterminer avec certitude le nombre d'électrons présents dans une boîte quantique avec seulement des mesures en transport. Il faut généralement combiner le transport à d'autres mesures pour avoir une idée globale et exacte de l'état de charge du système. C'est pour cette raison que la majorité de la communauté effectue plutôt de la détection de charge. Les mesures en transport deviennent alors, dans une certaine mesure, superflues. D'ailleurs, certaines architectures de grilles développées aujourd'hui ne permettent même pas d'effectuer des mesures en transport dans le dispositif.

2.2.2 Initialisation dirigée par programme d'IA

Dans cet article, l'auteur utilise des outils d'apprentissage automatique afin d'initialiser une rangée de boîtes quantiques formées dans un nanofil [33]. Un modèle théorique est utilisé afin de générer plusieurs ensembles de mesures pour l'entraînement de l'algorithme puis pour tester la performance du programme. La méthode développée permet d'identifier avec haute fidélité ($>90\%$) le nombre de boîtes quantiques formées dans le dispositif. Cependant, elle ne permet pas de compter le nombre d'électrons dans aucune de ces boîtes quantiques.

L'auteur démontre toutefois qu'il est possible pour un algorithme d'apprentissage automatique d'apprendre à compter le nombre d'électrons dans une boîte quantique unique dans le régime de blocage de Coulomb, mais il n'a pas réussi à développer un algorithme permettant d'effectuer cette tâche pour plusieurs boîtes quantiques placées une à côté de l'autre.

La méthode développée a également été testée sur des mesures expérimentales de diagrammes de stabilité de doubles boîtes quantiques. Encore une fois, l'algorithme obtenu via l'apprentissage automatique permet d'identifier efficacement le nombre de boîtes quantiques formées mais pas l'occupation électronique de ces dernières.

En bref, bien que l'approche d'apprentissage automatique semble prometteuse pour l'initialisation de dispositifs de boîtes quantiques, elle demeure encore incomplète. En demandant à l'algorithme d'atteindre un sous-espace réduit davantage (via l'ajout d'un paramètre), on peut s'attendre à voir son efficacité d'environ 90% diminuer davantage, rendant cette méthode de moins en moins performante.

2.3 Cahier des charges

Dans ce chapitre, la problématique a été posée clairement puis les solutions proposées par d'autres groupes de recherche ont été examinées. Bien que ces solutions soient utiles, elles posent certaines restrictions sur leur utilisation ou bien leur performance demeure assez limitée.

Cette section établit clairement les capacités désirées et les restrictions posées à l'algorithme qui sera développé pour automatiser l'initialisation des dispositifs de boîtes quantiques utilisés dans le laboratoire du professeur Pioro-Ladrière.

2.3.1 Objectifs

Le programme développé devra être en mesure d'initialiser une boîte quantique unique.

Pendant ce processus d'initialisation, le programme devra (1) extraire l'information des différentes mesures qu'il effectue. (2) Il devra décider de la séquence de mesures à effectuer pour atteindre le régime à un électron, selon l'information extraite de chacune de ces mesures. (3) Le programme devra finalement identifier quand le régime opérationnel désiré a été atteint et alors arrêter d'effectuer des mesures.

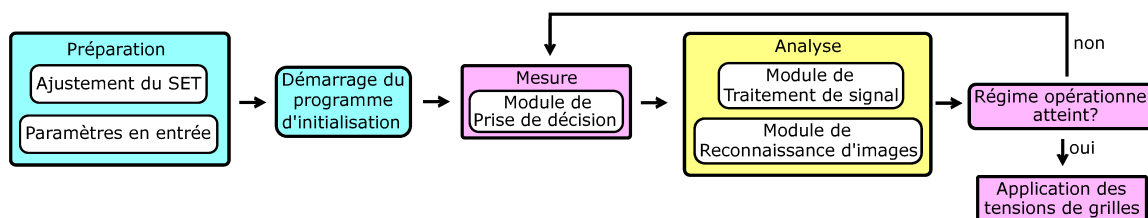


FIGURE 2.1 Schéma du fonctionnement de l'algorithme d'initialisation d'une boîte quantique.

2.3.2 Caractéristiques et restrictions

Les outils développés pour l'initialisation d'une boîte quantique unique devront être utiles et applicables pour l'initialisation d'un système contenant de multiples boîtes quantiques.

L'utilisateur du programme devra fournir un minimum d'information à ce dernier. Entre autres, il imposera des limites pour la tension pouvant être appliquée sur chacune des grilles de contrôle afin d'éviter que le programme abîme l'échantillon. La tension de départ pour chacune des grilles sera spécifiée, tout comme la fonction de la grille (accumulation du réservoir, accumulation de la boîte quantique ou déplétion).

L'algorithme développé aura seulement accès aux mesures effectuées en détection de charge à l'aide d'un transistor mono-électronique. Ce dernier devra préalablement être ajusté par l'utilisateur dans un régime d'opération permettant de mesurer la dynamique de l'échantillon.

L'espace de paramètres accessibles à l'algorithme sera réduit à deux dimensions. Ces deux dimensions correspondent aux grilles de contrôle de la boîte quantique et de son réservoir. Il est important de noter que cela ne veut pas dire que seulement ces deux grilles de contrôle seront activées. Toutes les grilles seront placées à une valeur prédéterminée par l'utilisateur et le programme devra initialiser le dispositif en changeant la tension sur seulement ces deux grilles de contrôle.

Cette caractéristique du programme d'initialisation est justifiée par un article publié récemment par Sophie Rochette (également dans le groupe de Michel Pioro-Ladrière). Dans cet article, l'auteure démontre que les grilles de contrôle de la boîte quantique et du réservoir d'électrons permettent à elles seules d'obtenir un contrôle complet sur le nombre d'électrons présents dans la boîte ainsi que le couplage tunnel entre la boîte et son réservoir [31].

Finalement, dans le cadre de ce travail, le programme conçu n'aura pas besoin d'être optimalement performant. L'objectif se limite plutôt à démontrer qu'il est possible d'automatiser l'initialisation d'une boîte quantique sur un dispositif MOS. Le langage de programmation utilisé sera donc Python. L'utilisation de ce langage permettra d'utiliser plusieurs bibliothèques faciles d'utilisation pour plusieurs tâches effectuées par le programme.

Chapitre 3

Traitement de signal

L'objectif derrière le projet était d'initialiser une boîte quantique sans devoir mesurer l'entière du diagramme de stabilité. Les mesures effectuées par le programme conçu seraient donc des portions d'un diagramme de stabilité. Bien entendu, beaucoup d'information est contenue dans chaque mesure et seulement une portion de cette information sera utile au bon fonctionnement du programme. L'objectif du module de traitement de signal est donc d'extraire toute l'information pertinente d'une mesure. Ce chapitre présente donc l'ensemble du module de traitement de signal servant à extraire les transitions dans le nombre d'électrons occupant la boîte quantique, N . L'outil principal de ce module est la transformée de Hilbert, qui permet d'extraire efficacement la phase du signal [34].

Dans un premier temps, la formulation mathématique ainsi que les propriétés de la transformée de Hilbert seront présentées en détail. Par la suite, certains algorithmes utiles au module de traitement de signal seront détaillés. Finalement, les résultats pour l'extraction des transitions de N dans un diagramme de stabilité expérimental seront présentés.

3.1 Description du signal

Le seul paramètre d'importance pour l'initialisation d'une boîte quantique dans le cadre de ce travail est son niveau d'occupation électronique qui doit être de 1 électron. Malheureusement, le diagramme de stabilité ne donne pas d'information directement sur le nombre d'électrons contenus dans la boîte quantique. Cependant, ce signal présente une caractéristique qui permettra d'extraire les transitions dans le niveau d'occupation électronique. Il suffira ensuite de compter les électrons via ces transitions. On rappelle que le courant circulant dans le SET est donné par :

$$I_{SET} = A(V) \cdot \cos [\omega(V) \cdot V + \phi(N)] + B(V)$$

Le terme $\phi(N)$ correspond aux sauts retrouvés dans les oscillations du courant (présentés en exemple à la figure 1.3a_{ii}). Ce terme est contenu dans l'argument du cosinus, qu'on appellera la phase du signal Ω .

$$\Omega(V, N) = \omega(V) \cdot V + \phi(N)$$

La dépendance en tension de la fréquence pourra être négligée simplement parce que les mesures effectuées par le programme seront sur des plages de tension suffisamment petites pour que cette dépendance soit négligeable. La phase du signal sera donc linéaire avec la tension et présentera des sauts lorsqu'un électron est ajouté ou enlevé de la boîte quantique.

$$\Omega(V) = \omega V + \phi(N) \tag{3.1}$$

Pour extraire ces transitions, il suffira de prendre la dérivée de la phase par rapport à la tension. La dérivée sera négative lorsqu'une transition se sera produite.

3.2 Transformée de Hilbert

La transformée de Hilbert est un outil mathématique qui sert à étendre un signal purement réel dans le plan complexe en un signal dit analytique. Le signal analytique permet d'accéder facilement à certains paramètres du signal qui sont normalement difficiles à calculer.

Cette section a pour but de décrire la formulation mathématique de la transformée de Hilbert ainsi que certaines propriétés du signal analytique qui nous seront utiles pour l'extraction des transitions de N .

3.2.1 Formulation mathématique

La transformée de Hilbert $H(\cdot)$ d'une fonction $u(V)$ est donnée par le produit de convolution de cette fonction avec la fonction $f(V) = 1/(\pi \cdot V)$.

$$H(u)(V) = \frac{1}{\pi} \wp \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(v)}{V-v} dv \quad (3.2)$$

Où \wp est la partie principale de l'intégrale.

L'effet de ce produit de convolution sur le contenu en fréquence du signal $u(V)$ est d'ajouter un déphasage de 90 degrés à chaque fréquence contenue dans le signal. Pour bien comprendre pourquoi le produit de convolution a cet effet, on doit y penser en terme de fréquences. La partie réelle de la transformée de Fourier de la fonction $f(V) = 1/(\pi \cdot V)$ est présentée à la figure 3.1 et correspond à une fonction marche avec une valeur de -1 pour les fréquences négatives et +1 pour les fréquences positives. Lorsqu'on effectue le produit de convolution de 2 fonctions, on multiplie leurs transformées de Fourier. C'est donc dire que la transformée de Hilbert change le signe des composantes en fréquences négatives de la fonction $u(V)$ qui lui est donnée en entrée. En considérant également la partie imaginaire, cela correspond bel et bien à l'application d'un déphasage de 90 degrés sur chacune des fréquences composant le signal $u(V)$.

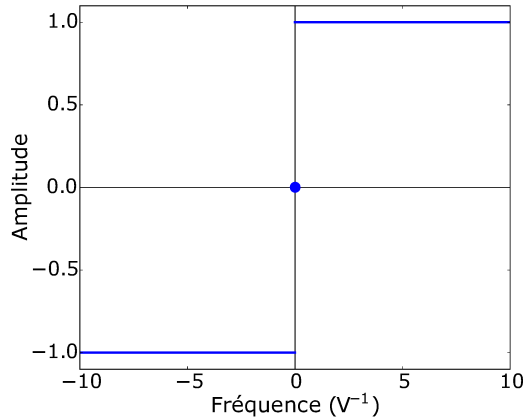


FIGURE 3.1 Transformée de Fourier de la fonction $f(V) = 1/(\pi \cdot V)$

Le signal calculé à l'aide de la transformée de Hilbert $H(u)(V)$ est alors ajouté comme composante imaginaire au signal $u(V)$ afin de former un signal analytique $s(V)$.

$$s(V) = u(V) + iH(u)(V) \quad (3.3)$$

3.2.2 Propriétés du signal analytique

Le signal analytique $s(V)$ obtenu à l'aide de la transformée de Hilbert demeure un signal physique. Cela implique qu'il est causal et respecte les conditions de Cauchy-Riemann.

Le signal $u(V)$ peut être ré-écrit dans une base de cosinus. Ce dernier a alors la forme suivante :

$$u(V) = \sum_{\omega} A_{\omega} \cos(\omega V + \phi_{\omega}) \quad (3.4)$$

Puisque la transformée de Hilbert correspond à un l'ajout d'un déphasage de 90 degrés sur toutes les fréquences, le signal analytique $s(V)$ peut être écrit de la façon suivante :

$$s(V) = \sum_{\omega} A_{\omega} [\cos(\omega V + \phi_{\omega}) + i \cdot \sin(\omega V + \phi_{\omega})] \quad (3.5)$$

$$= \sum_{\omega} A_{\omega} e^{i(\omega V + \phi_{\omega})} \quad (3.6)$$

Le signal analytique $s(V)$ correspond donc à une somme de cercles de différents rayons A_{ω} et de fréquence ω dans le plan complexe.

Phase et fréquence instantanée

Si le signal analytique ne contient qu'une seule fréquence (par exemple, $s(V) = e^{i(\omega V)}$), la phase du signal Ω peut alors être calculée simplement en prenant l'*arctan* de la partie imaginaire sur la partie réelle de $s(V)$ tel qu'illustré à la figure 3.2a. La fréquence instantanée du signal peut ensuite être calculée simplement en prenant la dérivée de la phase par rapport à V . Cette propriété est particulièrement intéressante pour des signaux avec une modulation de fréquence $\omega(V)$ avec la tension (par exemple, le signal 1.3b).

$$\Omega(V) = \arctan \left(\frac{\text{imag}(s(V))}{\text{real}(s(V))} \right) \quad (3.7)$$

$$f(V) = \frac{\partial \Omega(V)}{\partial V} = \omega(V)$$

Si le signal analytique est composé de plus d'une seule fréquence (par exemple une fréquence nulle, $s(V) = e^{i(\omega V)} + 5$), le centre du cercle est déplacé loin de l'origine dans le plan complexe. Dans ce cas, le calcul de $\arctan(\text{imag}/\text{real})$ ne donne plus la phase du signal $\Omega(V)$ puisque l'angle formé par rapport à l'origine ne varie plus sur 2π . Ce cas est illustré à la figure 3.2b. Pour extraire Ω dans ce cas, il faudrait d'abord filtrer le signal afin d'y retirer la composante à fréquence nulle (donc ramener le centre à l'origine) avant de calculer la transformée de Hilbert.

Si le signal analytique est composé de deux fréquences non nulles, le signal analytique aura la forme d'un slinky dans le plan complexe. Encore une fois, l'une ou l'autre des deux fréquences doit être filtrée pour extraire la phase du signal à l'autre fréquence.

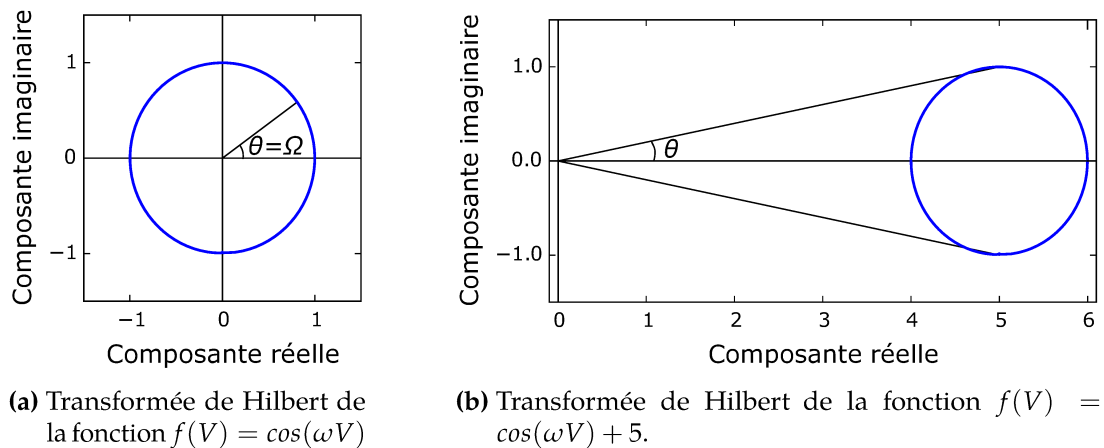


FIGURE 3.2 Exemple de la transformée de Hilbert pour deux fonctions. Dans le premier cas, l'application de l'équation 3.7 donne bien la phase du signal Ω alors que dans le second, l'équation 3.7 donne seulement des variations entre $\pm\theta$ en raison de la composante DC.

Enveloppe du signal

Le signal analytique peut également servir à extraire l'enveloppe du signal $u(V)$. En effet, l'enveloppe du signal à une fréquence donnée pour chaque tension de grille V correspond au rayon du cercle formé par $s(V)$ dans le plan complexe. Ce calcul est trivial puisque les composantes réelles et imaginaires du signal sont connues pour toute tension de grille V du signal analytique.

$$Env(V) = \sqrt{(\text{real})^2 + (\text{imag})^2} \quad (3.8)$$

3.3 Filtre

Tel que mentionné dans la section précédente, avant d'appliquer la transformée de Hilbert sur le signal mesuré, ce dernier doit être filtré afin de ne conserver que les oscillations principales. Évidemment, le filtre sera de type passe-haut. Pour ce faire, un filtre digital "Butterworth" est utilisé.

Cette section a pour but de décrire le filtre Butterworth utilisé ainsi que ses différents paramètres de contrôle, de présenter l'algorithme d'extraction de la fréquence de coupure utilisée pour le filtrage puis de présenter les résultats sur des signaux expérimentaux, mesurés en laboratoire.

3.3.1 Filtre Butterworth

Le filtre Butterworth est défini par deux paramètres, soient l'ordre d'atténuation du filtre (ϕ) et sa fréquence de coupure (f_{coup}). La fréquence de coupure correspond au point d'atténuation de 3 dB. Largement au-delà de cette fréquence, l'atténuation est nulle. En dessous de la fréquence de coupure, l'atténuation est linéaire sur une échelle logarithmique de la fréquence et est de $\phi \cdot 20$ dB par ordre de grandeur de la fréquence. Le graphique 3.3 contient des courbes d'atténuation pour une fréquence de coupure de 100 Hz et des ordres d'atténuation de 1, 2 et 3.

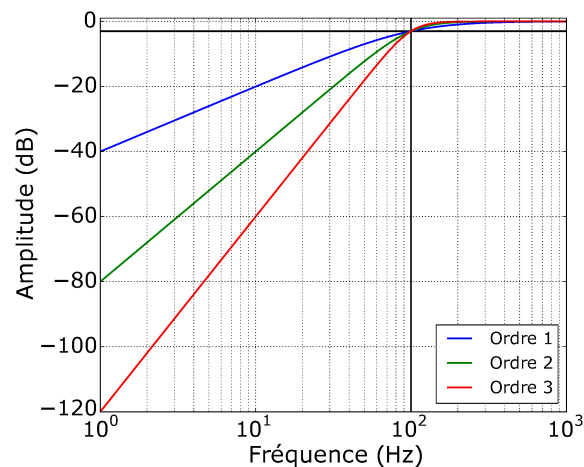


FIGURE 3.3 Graphique de l'atténuation en fonction de la fréquence pour des filtres passe-haut "Butterworth" avec différents ordres d'atténuation. La fréquence de coupure est de 100 Hz pour toutes les courbes.

Ce filtre a été choisi parce qu'il est un filtre digital et en raison de sa simplicité (seulement

2 paramètres de contrôle). Dans le cadre de ce travail, l'ordre d'atténuation a été fixé à 5 afin d'écraser les basses fréquences très rapidement.

La difficulté liée au filtrage réside dans l'extraction de la fréquence de coupure. En effet, les oscillations dans le courant circulant dans le SET peuvent varier sur près d'un ordre de grandeur et le pic de fréquence dans l'espace de Fourier peut parfois être partiellement confondu dans le background à basse fréquence. La fréquence de coupure doit donc être adaptée à chaque trace mesurée. L'algorithme développé pour l'extraction de ce paramètre est décrit en détail dans la boîte technique 1.

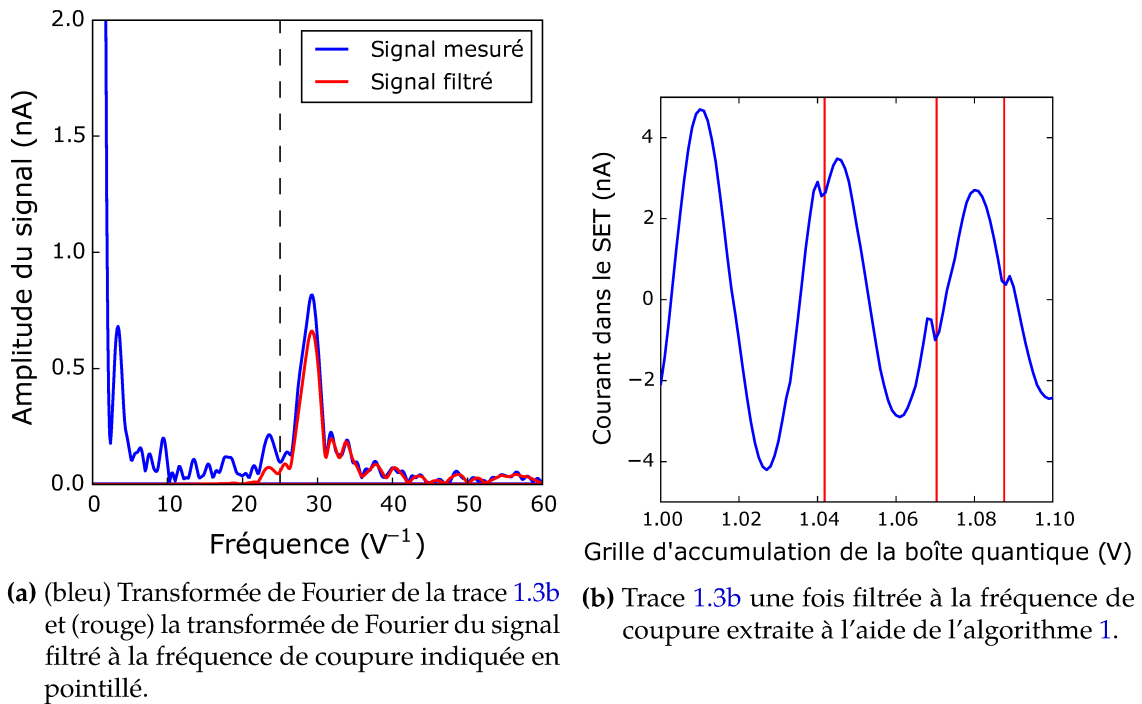


FIGURE 3.4 Résultat de l'application du filtre "Butterworth" dans le régime des fréquences et sur la trace 1.3a. Le filtre conserve les sauts présents dans le signal.

Le résultat du filtre Butterworth sur la trace 1.3b, présentée au chapitre 1, est illustré aux figures 3.4a et 3.6. La fréquence de coupure extraite à l'aide de l'algorithme développé permet donc de conserver les oscillations d'intérêt pour l'utilisation de la transformée de Hilbert, mais aussi les sauts dans ce dernier qui correspondent à l'ajout d'un électron dans la boîte quantique

Boîte technique 1 : Extraction du seuil pour la dérivée de la phase

L'extraction de la fréquence de coupure se fait à partir d'un lissage de deux fonc-

tions Lorentziennes dans l'espace de Fourier. La fréquence de coupure est calculée à l'aide de certains des paramètres du lissage. Pour s'assurer du bon fonctionnement de l'algorithme, le signal mesuré doit respecter certaines conditions et quelques étapes de pré-traitement du signal sont requises. Cette sous-section a pour but de décrire tout ce qui se rattache à l'algorithme d'extraction de f_{coup} .

L'algorithme utilisé à cette fin est présenté ci-bas à l'algorithme 1.

Algorithme 1 : Calcul de la fréquence de coupure.

Entrée : V, S {voltage de grille et signal mesuré (2 arrays)}, f_{est} {estimation de la fréquence}

```

1 : {estime le nombre de points requis dans l'espace de Fourier afin d'obtenir un minimum de dix points sous  $f_{est}$ }
2 :  $resol \leftarrow (max(V) - min(V))/size(V)$ 
3 :  $nPts \leftarrow 1/(resol*(f_{est}/10))$ 
4 : if  $nPts < size(V)$  then
5 :    $nPts \leftarrow size(V)$ 
6 : end if
7 :  $H \leftarrow$  Fenêtre de Hanning de dimension  $size(V)$ 
8 :  $TdF \leftarrow fft(signal=S*H, nPts)$ 
9 :  $TdF \leftarrow abs(TdF)$ 
10 : {Lissage de deux Lorentziennes}
11 :  $x_0, \sigma^2 \leftarrow$  moyenne, variance de la seconde Lorentzienne
12 :  $f_{coup} \leftarrow x_0 - \sigma$ 
13 : return  $f_{coup}$ 

```

Dans un premier temps, la résolution dans l'espace de Fourier doit être suffisamment bonne afin que le lissage soit capable de résoudre le pic à la fréquence désirée. Pour ce faire, on utilise une première fois la valeur estimée de la fréquence f_{est} donnée en entrée afin de déterminer la résolution minimale désirée. Cette résolution minimale correspond à un dixième de la fréquence estimée. La majorité du temps, le signal mesuré devra être fenêtré puis répété afin d'augmenter la longueur de la trace. La fonction de fenêtrage utilisée est la fenêtre de Hanning. La transformée de Fourier de $u(V) \cdot Hanning(V)$ est ensuite calculée puis l'amplitude de la transformée de Fourier ($abs(TdF)$) est calculée pour y appliquer le lissage. La phase de la transformée de Hilbert n'est d'aucun intérêt pour l'ensemble du module de traitement de signal.

Par la suite, le signal S donné en entrée à l'algorithme pour l'extraction de la fréquence de coupure doit être mesuré sur une plage de tension suffisamment large afin que ce dernier contienne au moins une oscillation complète du signal à conserver. La

raison de cette condition est que la transformée de Fourier d'un sinus ou d'un cosinus sur une plage de tension moins grande qu'une oscillation complète donne un pic à une fréquence plus basse que la vraie fréquence du signal. À noter que ces signaux ont été fenêtrés avec la fenêtre de Hanning puis répétés tels qu'ils l'auraient été pour l'obtention d'une résolution acceptable dans l'espace de Fourier avant le calcul de la transformée de Fourier.

Une fois que la transformée de Fourier du signal a été calculée, un lissage de deux Lorentziennes est effectué. Une première pour les composantes basses fréquences qui devront être filtrées et une seconde pour la fréquence du signal d'intérêt. Le centre de la première est fixé à $0V^{-1}$ et son amplitude et sa variance sont laissés en paramètres variables même si leur valeur n'a aucune importance pour la suite de l'algorithme. La seconde Lorentzienne comprend 3 paramètres variables qui sont son centre x_0 , sa variance σ^2 et son amplitude A_0 . Afin de diminuer le risque que le lissage tombe sur le mauvais pic pour x_0 , on utilise une deuxième fois l'estimé de fréquence f_{est} comme valeur initiale du centre de cette Lorentzienne. Un exemple du résultat du lissage est présenté à la figure 3.5.

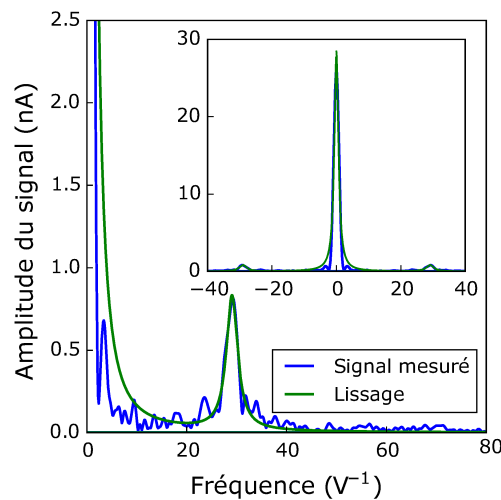


FIGURE 3.5 (bleu) transformée de Fourier du signal ??(b) et (vert) résultat du lissage effectué pour l'extraction de la fréquence de coupure pour l'application du filtre passe-haut.

La fréquence de coupure f_{coup} sera définie comme le centre de la deuxième Lorentzienne moins son écart-type. Le résultat du filtre Butterworth avec la fréquence de coupure extraite de cet algorithme est présenté à la figure 3.4a. Malgré une légère atténuation sur la fréquence d'intérêt, les composantes à basses fréquences et à fréquence nulle sont complètement filtrées. À la figure 3.6, on peut voir une trace filtrée à

l'aide de la fréquence de coupure extraite de l'algorithme 1. La fréquence de coupure ainsi extraite permet de conserver toutes les composantes du signal requises pour l'utilisation de la transformée de Hilbert tout en conservant les sauts dans la phase, signature d'une transition dans le nombre d'électrons occupant la boîte quantique.

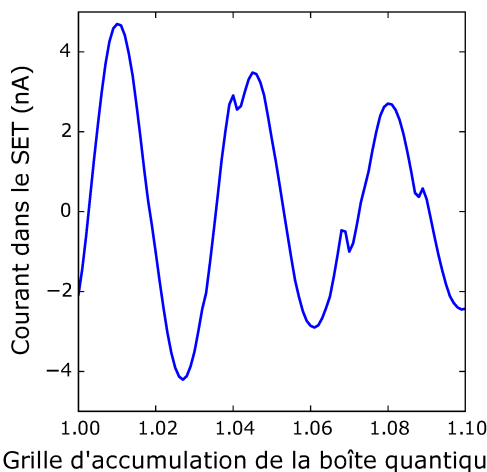


FIGURE 3.6 Trace 1.3b une fois filtrée à la fréquence de coupure tel qu'illustré ci-haut.

Cet algorithme est toutefois le point faible de tout le module de traitement de signal. En effet, bien qu'il soit fonctionnel et stable pour l'ensemble des diagrammes de stabilité sur lesquels il a été testé, il existe certains cas limites pour lesquels l'algorithme pourrait échouer. Par exemple, les oscillations dans le signal pourraient être à une fréquence tellement faible qu'elles seraient totalement confondues avec les composantes devant être enlevées pour l'application de la transformée de Hilbert, auquel cas le lissage échouerait.

Une autre raison pour laquelle cet algorithme constitue le point faible de la séquence d'extraction des transitions est son coût de calcul. Le lissage effectué pour l'extraction de la fréquence de coupure utilise la méthode des moindres carrés (fonction *leastsq* de la librairie *scipy.optimize*) et comprend 5 paramètres variables. Il s'agit là d'un problème de minimisation assez coûteux par rapport aux autres calculs effectués dans le module de traitement de signal.

3.4 Extraction de la position des transitions

L'objectif de cette section est de prendre l'ensemble des outils présentés jusqu'ici dans ce chapitre puis de les appliquer sur un diagramme de stabilité expérimentales afin d'y extraire la position des transitions dans le nombre d'électrons occupant la boîte quantique. L'algorithme effectuant cette tâche est présenté ci-dessous à l'algo. 2.

Avant toute chose, il est important de mentionner que l'ensemble de l'analyse des diagrammes de stabilité sera effectué en une seule dimension, selon l'axe des x. Premièrement, parce que certains des outils qui seront utilisés n'ont pas d'équivalent en deux dimensions, mais par dessus tout pour éviter que les méthodes d'analyse ne soient sensibles au bruit télégraphique pouvant subvenir lors des mesures.

Algorithme 2 : Extraction de la position des transitions dans le niveau d'occupation électronique.

Entrée : S {Signal mesuré (trace d'un diag. de stabilité)}

```

1 : cutoff  $\leftarrow$  {Extraction de la fréquence de coupure; Algorithme 1}
2 :  $S_{\text{filt}}$   $\leftarrow$  {Application du filtre Butterworth sur  $S$ }
3 :  $S_{\text{hilb}}$   $\leftarrow$  {Transformée de Hilbert sur le signal  $S_{\text{filt}}$ }
4 :  $S_{\Omega}$   $\leftarrow$  {Calcul de la phase  $\Omega$  de  $S_{\text{hilb}}$  à l'aide de l'équation 3.7}
5 :  $S_{\text{der}}$   $\leftarrow$  {Dérivée de la phase point par point}
6 : threshold  $\leftarrow$  {Extraction du seuil; Algorithme 3}
7 :  $S_{\text{trans}}$   $\leftarrow$  {Extraction de la position des transitions}
8 : return  $S_{\text{trans}}$ 
9 :      { $S_{\text{trans}}$  correspond à un bitmap. La valeur 1 est attribuée si un point est identifié
      comme une transition et 0 sinon}

```

Dans un premier temps, le signal mesuré doit être filtré, sans quoi la transformée de Hilbert du signal ne présentera pas les propriétés désirées pour l'extraction de la phase du signal. Un exemple du résultat de la transformée de Hilbert sur un signal non filtré (signal de la figure 1.3b(ii)) est présenté sur la figure 3.7a. La forme de slinky retrouvée sur le signal ne permet pas l'extraction de la phase du signal. La fréquence de coupure pour le filtre est d'abord extraite à l'aide de l'algorithme 1 puis le filtre passe haut Butterworth d'ordre 5 est appliqué sur le signal. La transformée de Hilbert du signal filtré peut alors être calculée et le signal analytique ainsi obtenu correspond alors à des cercles centrés à l'origine (figure 3.7b). La phase du signal peut alors être facilement extraite à l'aide des parties réelles et imaginaires du signal analytique via l'équation 3.7. La figure 3.7c illustre la phase du signal ainsi extraite. Cette dernière est bel et bien linéaire avec des sauts lorsqu'un électron est ajouté dans la boîte quantique.

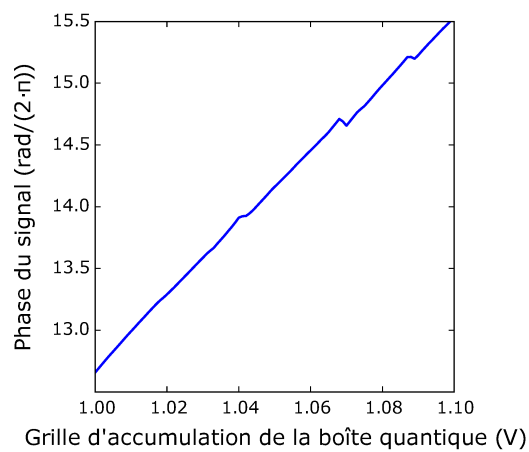
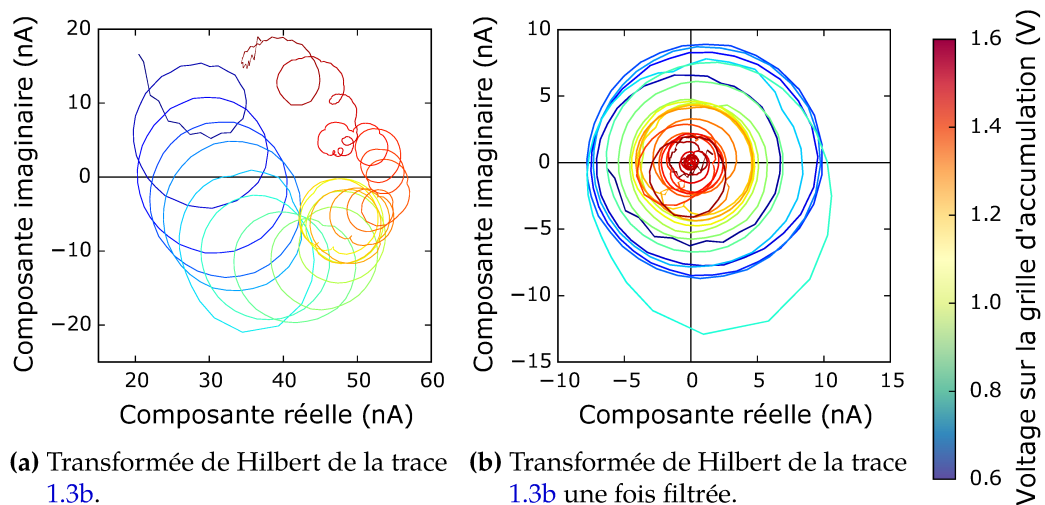


FIGURE 3.7 Représentation dans le plan complexe de la transformée de Hilbert d'un signal non filtré (en a) et d'un signal filtré (en b) ainsi que la phase du signal extraite grâce à la transformée de Hilbert (en c).

Il suffit alors de calculer la dérivée de la phase par rapport à la tension de grille afin d'obtenir la fréquence instantanée du signal. Lorsque la fréquence instantanée est en dessous d'un certain seuil, le point est identifié comme une transition et la valeur 1 lui est attribuée. Dans le cas contraire, la valeur 0 lui est attribuée. Une carte binaire des transitions dans N peut alors être générée pour le diagramme de stabilité mesuré. Le seuil est, quant à lui, adaptatif à chaque trace. L'algorithme de calcul de ce dernier est décrit à la boîte technique 2.

La figure 3.8 présente le résultat final du module de traitement de signal ainsi qu'un résultat partiel de l'algorithme 2 sur un diagramme de stabilité entre la grille d'accumulation de la boîte quantique et une grille de déplétion. La sous-figure 3.8(d) sert quant à elle à illustrer une faiblesse du module de traitement de signal. En effet, les transitions détectées à l'aide de l'algorithme 2 ne sont pas complètes et présentent des trous où les transitions ne sont pas détectées. Ces transitions surviennent sur les maxima et les minima d'oscillations, comme illustré à la figure 3.8(d) où les transitions détectées sont tracées sur le signal d'origine. À ces endroits, l'ajout d'un électron dans la boîte quantique n'a que très peu d'effet sur le courant circulant dans le SET. Cet artefact pourrait être corrigé en appliquant un seuil moins sévère à l'étape 6 de l'algorithme 2, mais pour plusieurs raisons qui seront détaillées au prochain chapitre, la présence de cet artefact dans le module de traitement de signal sera acceptée.

Boîte technique 2 : Extraction du seuil pour la dérivée de la phase

Tel que mentionné ci-haut, le seuil pour la dérivée de la phase est calculé de façon adaptative à chaque trace du diagramme de stabilité. Dans un premier temps, on calcule la moyenne et l'écart-type de la distribution de points de la trace. Cela permet de faire une présélection des points qui pourraient être identifiés comme une transition (tous les points sous la moyenne moins l'écart-type). La moyenne et l'écart-type de la distribution des points restants est ensuite calculée et le seuil est défini comme la moyenne moins trois fois l'écart-type de cette distribution. Ce choix de trois écart-types permet de faire une sélection sévère des points identifiés comme une transition dans le nombre d'électrons occupant la boîte quantique et de minimiser le nombre de faux positifs. Cependant, la sévérité de ce choix cause plusieurs faux négatifs aux maxima et minima des oscillations. C'est ce qui fait apparaître les trous dans les transitions. L'algorithme est décrit en détail à l'algorithme 3 ci-bas.

Algorithme 3 : Calcul du seuil de coupure pour la dérivée de la phase.

Entrée : D {dérivée de la phase du signal mesuré}, s_1, s_2 {Nombre d'écarts types acceptés pour la première et deuxième coupure}

- 1 : $\text{avg}_1, \sigma_1 \leftarrow$ moyenne, écart-type de la dérivée
- 2 : $B \leftarrow$ collection de tous les points de $D > \text{avg}_1 - \sigma_1 * s_1$
- 3 : $\text{avg}_2, \sigma_2 \leftarrow$ moyenne, écart-type du backgroud B
- 4 : $\text{threshold} \leftarrow \text{avg}_2 - \sigma_2 * s_2$
- 5 : **return** threshold

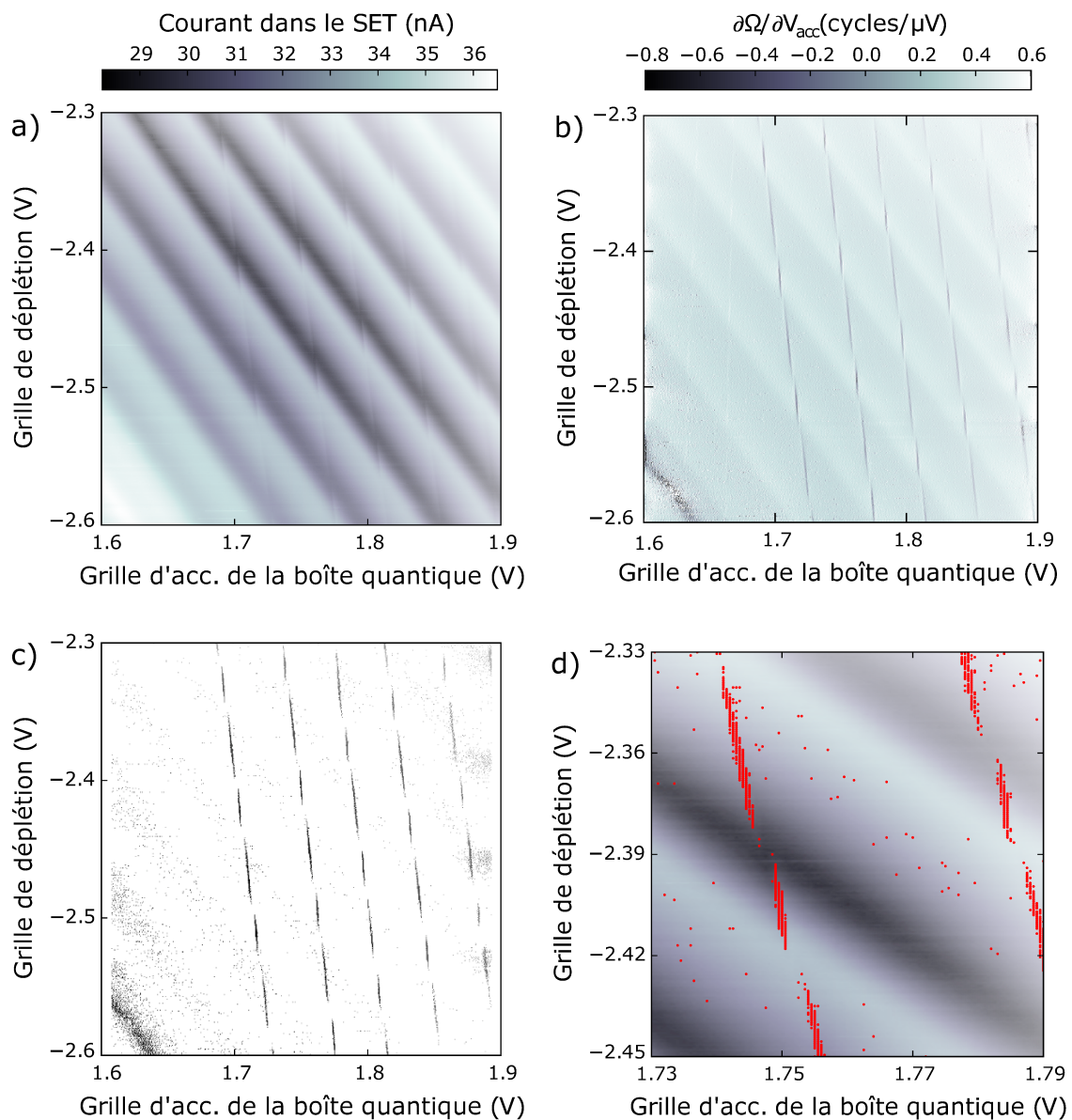


FIGURE 3.8 Diagramme de stabilité à différentes étapes du module de traitement de signal. (a) Diagramme de stabilité mesuré. (b) Dérivée de la phase du signal. (c) Transitions détectées en noir. (d) Zoom sur les transitions détectées superposées aux données mesurées.

Chapitre 4

Reconnaissance d'images

Le chapitre précédent servait à présenter le module de traitement de signal servant à créer une carte de la position des transitions dans le nombre d'occupation électronique de la boîte quantique. Cependant, le programme n'est toujours pas en mesure d'utiliser cette dernière sous la forme présentée. Idéalement, le programme doit avoir accès à une équation pour chacune des transitions séparant le régime à N et $N+1$ électrons pour tout N .

Le premier réflexe qu'ont généralement les gens face à ce problème est d'effectuer un lissage des points identifiés comme une transition, mais cette solution est hors de question puisque tous les points sur un diagramme ne font pas nécessairement partie de la transition. En d'autres mots, le diagramme contient des faux positifs. De plus, une mesure d'une portion d'un diagramme peut contenir plusieurs transitions et même si le nombre de transitions dans la mesure était connu, l'algorithme ne sait pas à laquelle appartient chacun des points de transition détectés. L'objectif pour pouvoir utiliser l'information extraite dans le chapitre précédent est donc de regrouper les ensembles de points faisant partie d'une même transition afin d'ensuite effectuer un lissage sur cet ensemble de points.

En raison de la sévérité du seuil choisi dans le module précédent, les mesures contiennent des points manquants. Il faut donc un outil qui permettra de regrouper les points malgré la présence de faux négatifs. De plus, une source additionnelle de points manquants viendra du fait que les mesures effectuées par le programme ne seront pas nécessairement adjacentes entre elles. Idéalement, le programme effectuerait des mesures assez loin l'une de l'autre afin de minimiser la portion du diagramme devant être mesurée. L'outil utilisé dans ce module doit donc permettre d'extrapoler la position des transitions entre ces mesures.

La première idée qui nous vient en tête est un algorithme de "Clustering", servant à regrouper des données en sous-groupes ayant des propriétés similaires. Cependant, il est

difficile de développer une métrique performante pour la colinéarité entre différents points puisqu'un point n'a pas de direction privilégiée.

Il existe cependant un outil dans le domaine de la reconnaissance d'images pour l'identification de structures géométriques simples, dont des lignes. Cet outil est la transformée de Hough.

Ce chapitre présente donc le module de reconnaissance d'images prenant une image binaire des transitions dans le niveau d'occupation électronique de la boîte quantique puis vectorisant ces transitions en une équation qui pourra être utilisée par le programme pour sa prise de décision des mesures à effectuer. Dans un premier temps, la transformée de Hough conventionnelle sera présentée. Par la suite, une version performante et plus efficace de cet outil sera décrite. Pour utiliser cette version améliorée de la transformée de Hough, il faudra utiliser des algorithmes de regroupement des points, de division de ces regroupements et établir des critères pour le regroupement des segments produits. Ces algorithmes seront donc présentés avec la version efficace de la transformée de Hough.

4.1 Transformée de Hough

En une phrase, la transformée de Hough consiste à faire voter chaque point pour un ensemble de lignes à différents angles puis à sélectionner la ligne ayant reçu le plus de votes. Cet outil mathématique peut être dérivé à partir de la transformée de Radon [35].

Dans un premier temps, une matrice est initialisée à 0 afin de comptabiliser les votes. L'axe des x correspond à l'angle de la ligne par rapport à l'ordonnée et l'axe des y à la plus courte distance de la ligne par rapport à l'origine. Par la suite, un premier point est sélectionné puis une ligne le traversant est tracée pour un angle de 0 degrés par rapport à l'axe des y . La plus courte distance entre cette ligne et l'origine est calculée puis un vote est enregistré pour cette ligne et distance dans la matrice de votes. Le processus est répété pour des angles de -90° à $+90^\circ$ avec des incréments de 1° . Un exemple du résultat de vote pour un seul point est présenté aux figures 4.1a et 4.1b.

Par la suite, le processus est répété pour l'ensemble des points de l'image. Si tous les points sont parfaitement colinéaires, les lignes générées dans la matrice de vote se croiseront en un point. Ce croisement correspond à la ligne passant par l'ensemble de ces points. Ce cas est présenté en exemple aux figures 4.2a et 4.2b. L'algorithme de vote de la transformée de Hough conventionnelle est présenté à l'algorithme 4.

À la fin de la procédure de vote, il suffit de prendre le point correspondant au $\max(\text{Votes})$ pour identifier la meilleure ligne pour ce groupe de points. Dans le cas où l'ensemble des points de l'image forment plusieurs lignes, un algorithme de détection de pics peut être utilisé afin de détecter les maxima locaux dans la matrice de votes. Les paramètres (a,b) de la ou des lignes détectées peuvent alors être calculés et une équation exprimant la position des lignes est obtenue.

Algorithme 4 : Procédure de vote de la transformée de Hough conventionnelle

```

Entrée : I {Image Binaire 2D}
1 : Votes  $\leftarrow$  0 {Initialisation de la matrice de votes}
2 : P  $\leftarrow$  list(I==1) {Liste de pixels dans I}
3 : for p in P do
4 :   x, y  $\leftarrow$  coord(p)
5 :   for  $-90^\circ \leq \theta < 90^\circ$  do
6 :     d  $\leftarrow$  xcos( $\theta$ ) + ysin( $\theta$ )
7 :     Votes(d,  $\theta$ )  $\leftarrow$  Votes(d,  $\theta$ ) + 1
8 :   end for
9 : end for
10 : return Votes

```

4.2 Version efficace de la transformée de Hough

Appliquée de façon brute, la transformée de Hough est très coûteuse à calculer. Pour de grosses images (par exemple une image 1000x1000 pixels avec environ 5% des points correspondant à une transition), le temps requis est de l'ordre de la minute [36]. De plus, l'identification du ou des pics dans l'espace de Hough constitue un problème assez difficile car, en présence de bruit, plusieurs sous-structures apparaissent autour du pic principal. Ces sous-structures correspondent à d'autres lignes avec de toutes petites variations en angle et en distance par rapport à la meilleure ligne pour cet ensemble de point [36]. Dans ces conditions, il devient également difficile d'identifier des lignes courtes puisque les structures dans l'espace de Hough sont alors petites par rapport aux pics de la plus longue ligne. Cette difficulté associée à la transformée de Hough traditionnelle est très bien illustrée sur la figure 4.3(a, b), tiré de l'article [1]. Dans cet article, l'auteur propose un algorithme plus efficace de la transformée de Hough afin de palier à ces deux problèmes (coût et sous-structures). Cette section a pour but de présenter l'algorithme 5, inspiré de cet article, qui sera utilisé pour vectoriser les transitions de N.

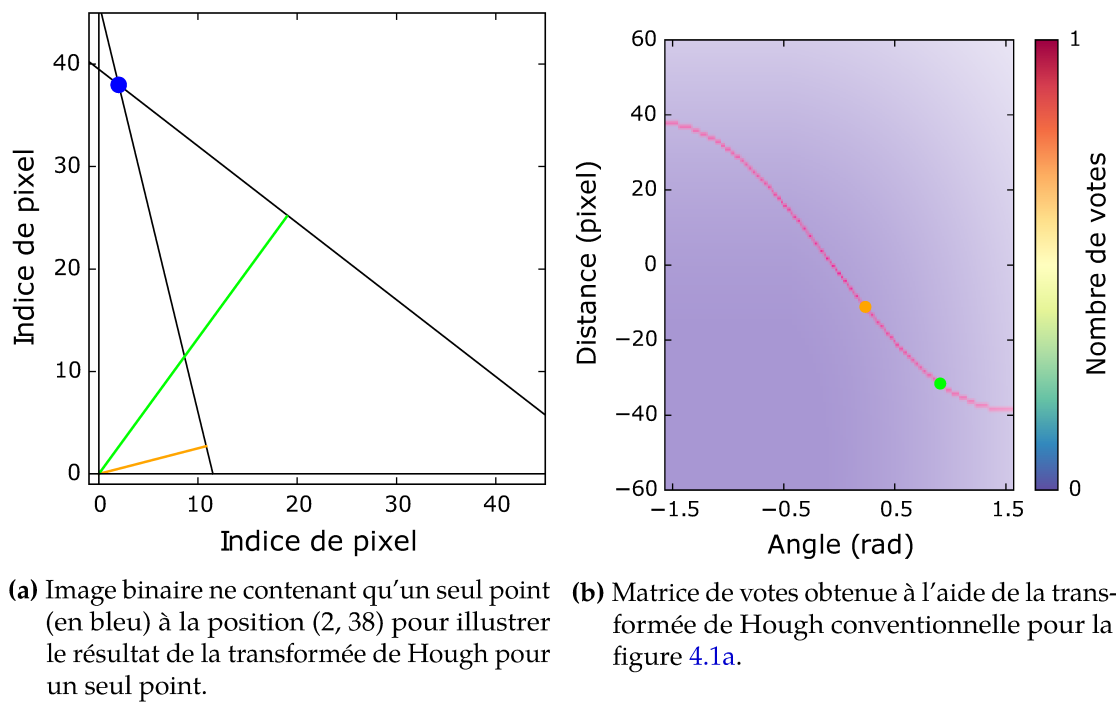
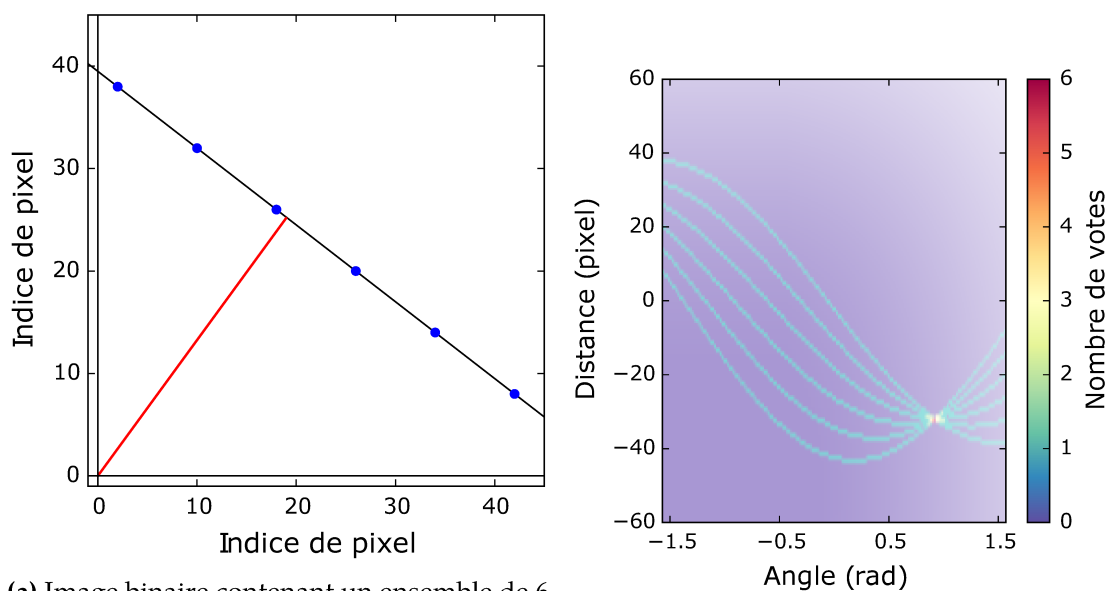


FIGURE 4.1 Exemple de la procédure de votes de la transformée de Hough conventionnelle pour un seul point. Le vote des lignes en orange et en vert est représenté par un point de la couleur appropriée dans la matrice de votes.



(a) Image binaire contenant un ensemble de 6 points colinéaires (en bleu) pour illustrer le résultat de la transformée de Hough pour un ensemble de points. (b) Matrice de votes obtenue à l'aide de la transformée de Hough conventionnelle pour l'ensemble des six points de la figure 4.2a.

FIGURE 4.2 Exemple de la procédure de votes de la transformée de Hough conventionnelle pour un ensemble de 6 points colinéaires. La ligne traversant l'ensemble des 6 points correspond au point rouge (avec 6 votes) dans la matrice de votes.

La solution présentée dans l'article [1] permet de recombinaer des lignes tronquées en un point ou par la présence de faux négatifs. L'idée générale derrière l'algorithme développé dans le cadre de ce travail consiste donc à prendre les données obtenues à la suite du module de traitement de signal puis de les diviser en sous-groupes, générant une grande quantité de ce type d'erreur. Par la suite, l'algorithme sera en mesure de corriger ces erreurs générées par le programme tout comme celles déjà présentes dans les données. Cette méthode permettra aussi d'éviter certains problèmes qui pourraient survenir en effectuant un traitement plus macroscopique du diagramme de stabilité.

4.2.1 Algorithme

Algorithme 5 : Algorithme principal du module de reconnaissance d'image

```

    Entrée : I {Image binaire}
1 : R ← Algorithme 8 {Regrouper les ensembles de points}
2 : for chaque regroupement r in R do
3 :   cut ← {vérifier s'il y a besoin de sectionner r}
4 :   if cut == True do
5 :     r1, r2 ← Algorithme 9
6 :     {effacer r de R}
7 :     {ajouter r1, r2, les deux nouveaux groupes dans R}
8 :   else
9 :      $\theta, d, \sigma_\theta^2, \sigma_d^2, \sigma_{\theta d} \leftarrow$  algorithme 6 {procédure de votes de la transformée de Hough modifiée}
10 :   end if
11 : end for
12 : r0 ← {segment de départ d'une transition}
13 : extend ← True
14 : while extend == True do
15 :   r_ext ← {liste de regroupements pré-sélectionnés selon un critère de proximité}
16 :   for r in r_ext do
17 :     Algorithme 7 {calcul du pointage}
18 :   end for
19 :   if any(score) < 1 do
20 :     {prolongement de la transition avec le regroupement ayant le plus petit pointage}
21 :   else
22 :     extend = False (break)
23 :   end if
24 : end while
25 : return C

```

La première étape de l'algorithme consiste à regrouper les points basé sur leur proximité. Par la suite, certains de ces regroupements sont séparés de façon récursive afin de détecter

les détails de la courbure qu'il peut y avoir dans la transition. La première de ces deux étapes est illustrée à la figure 4.3(c) et est présentée dans la boîte technique 5, alors que la seconde est détaillée dans la boîte technique 6.

Par la suite, l'algorithme 6 est utilisé afin de calculer la transformée de Hough pour chaque regroupement de points ainsi que la matrice de covariance pour les paramètres θ et d . En résumé, cet algorithme permet de générer les votes les plus probables pour chaque ensemble de points tel qu'illustré à la figure 4.3(d). La procédure de votes modifiée est présentée en détail dans la boîte technique 3. Finalement, un regroupement avec une petite incertitude sur son angle, un ratio de hauteur sur longueur très petit et une grande longueur est sélectionné comme le point de départ d'une transition. Ce dernier est ensuite prolongé récursivement dans les deux directions en le combinant avec d'autres regroupements selon des critères de proximité et de colinéarité. L'algorithme de calcul du pointage indiquant si deux segments font partie ou non d'une même transition est détaillé dans la boîte technique 4. Le prolongement s'arrête dans une direction lorsqu'aucun autre regroupement de points ne représente une extension acceptable (le pointage calculé est au-delà de 1). À ce moment, l'ensemble des points de tous les regroupements ainsi assemblés est considéré comme faisant partie d'une même transition et une équation peut alors être calculée à l'aide d'une régression linéaire de cet ensemble de points.

Les résultats de cet algorithme à différentes étapes du processus sont présentés sur les figures 4.7 à 4.10.

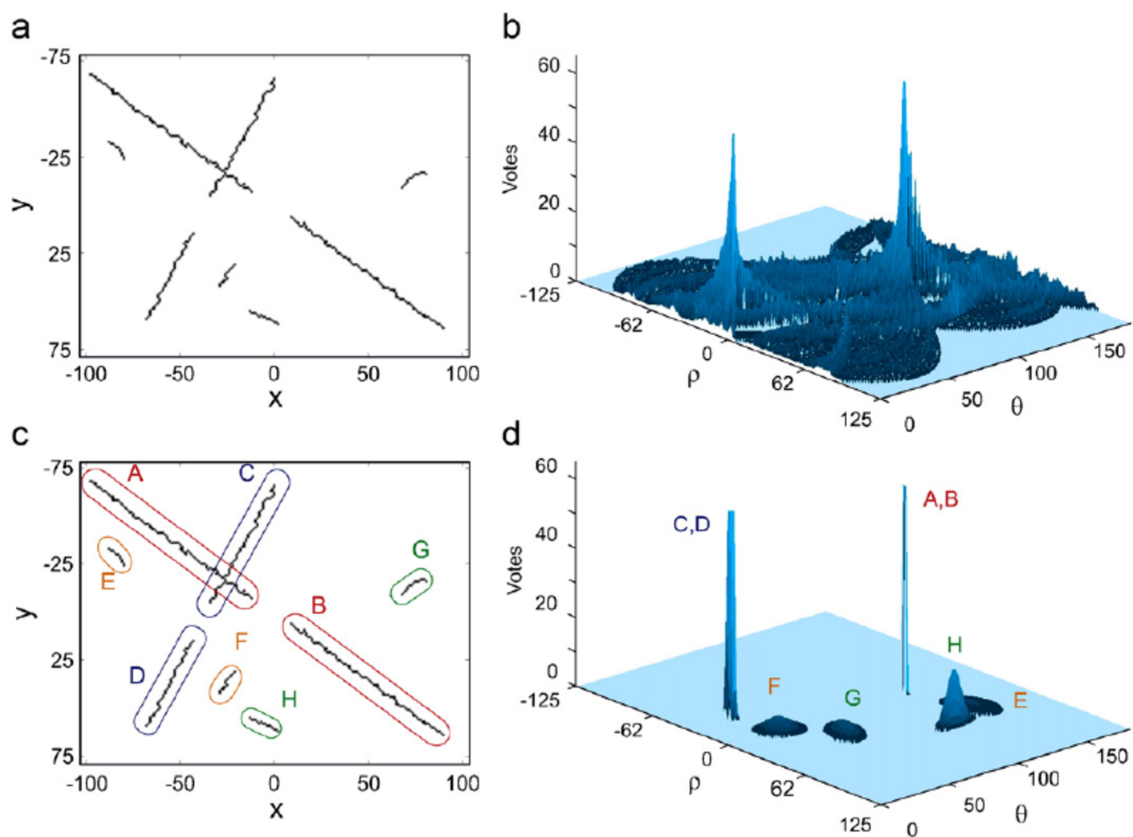


FIGURE 4.3 Illustration tirée de la référence [1]. Cette figure illustre les difficultés liées à l'utilisation de la transformée de Hough conventionnelle et la solution proposée par l'auteur pour y remédier. (a) image comprenant des transitions bruyantes pour laquelle des lignes doivent être identifiées. (b) résultat de la procédure de vote de la transformée de Hough conventionnelle. La matrice de votes contient plusieurs sous-structures autour des pics principaux. (c) regroupement des ensembles de points pour la procédure de votes modifiée. (d) résultat de la procédure de vote modifiée et proposée par l'auteur.

Boîte technique 3 : Procédure de vote de la transformée de Hough modifiée

Algorithme 6 : Procédure de vote de la transformée de Hough modifiée et calcul de l'incertitude sur les paramètres θ et d

Entrée : R {regroupement de points}, $tms=0$ {taille maximale de séparation des points}

```

1:  $p \leftarrow \{\text{liste de pixels dans } R\}$ 
2:  $n \leftarrow \{\text{nombre de pixels dans } R\}$ 
3:  $\vec{p0} \leftarrow \{\text{centre géométrique de } R\}$ 
4:  $V, \Lambda \leftarrow \text{eigen}((\vec{p} - \vec{p0})(\vec{p} - \vec{p0})^T)$ 
   {listes des vecteurs et valeurs propres associées aux coordonnées des pixels dans  $p$ }
5:  $\vec{u}, \vec{v} \leftarrow \{\text{vecteurs } V \text{ associés à } \max(\Lambda) \text{ et } \min(\Lambda) \text{ respectivement}\}$ 
6: if  $y_v < 0$  do
7:    $\vec{v} \leftarrow -\vec{v}$ 
8: end if
9:  $d, \theta \leftarrow \text{équations 4.1}$ 
10:  $\sigma_{m'}^2, \sigma_b^2 \leftarrow \text{équations 4.2}$ 
11:  $\sigma_d^2, \sigma_\theta^2, \sigma_{\theta d} \leftarrow \text{équations 4.3 et 4.4}$ 
   {correction sur les valeurs de l'article}
12:  $\text{ratio} \leftarrow \{\text{ratio de la hauteur sur la longueur de } R\}$ 
13:  $\text{corr} \leftarrow n \cdot \text{ratio} / (1 + tms)$ 
14:  $\sigma_\theta^2 \leftarrow \sigma_\theta^2 \cdot \text{corr}$ 
15: if  $\sigma_\theta^2 > (\pi/2)^2$  do
16:    $\sigma_\theta^2 \leftarrow (\pi/2)^2$ 
17: end if
18: return  $\theta, d, \sigma_\theta^2, \sigma_d^2, \sigma_{\theta d}$ 

```

Tel que mentionné précédemment, le calcul de la transformée de Hough n'est pas effectué avec le processus conventionnel de votes. Pour calculer la meilleure ligne d'un regroupement de points, l'algorithme débute par calculer la moyenne géométrique, $\vec{p0}$, du regroupement. Par la suite, les valeurs propres de la quantité $((\vec{p} - \vec{p0})(\vec{p} - \vec{p0})^T)$ sont calculées pour tout pixel compris dans le regroupement. Le vecteur de direction privilégié \vec{u} du regroupement est défini comme le vecteur propre de la plus grande valeur propre et le vecteur \vec{v} perpendiculaire à \vec{u} correspond au vecteur propre de la plus petite valeur propre. Plus précisément, ce vecteur \vec{u} est le vecteur allant de $\vec{p0}$ au point le plus éloigné de $\vec{p0}$. Même si le vecteur \vec{u} n'est pas parfaitement selon l'angle θ de la meilleure ligne traversant le regroupement de points, il s'agit généralement d'une très bonne approximation. De plus, la matrice de covariance des paramètres θ et d sera calculée et permettra de tenir compte de cette approximation lorsque nécessaire.

Les paramètres de la transformée de Hough (θ et d) peuvent ensuite être calculés géométriquement à l'aide des équations 4.1.

$$\theta = \cos^{-1}(x_v) \quad d = x_v x_{p0} + y_v y_{p0} \quad (4.1)$$

Où x_v et y_v sont les composantes x et y du vecteur \vec{v} .

Pour le calcul des incertitudes sur ces paramètres, un référentiel primé est utilisé. Dans ce référentiel, le centre du regroupement de point est situé à l'origine ($\vec{p}'_0 = (0,0)^T$) et la direction privilégiée du regroupement est selon l'axe des \vec{x} ($\vec{u}' = (1,0)^T$). Dans ce référentiel, la meilleure droite pour le regroupement est $y=0$. Les incertitudes sur les paramètres de la droite peuvent toutefois être estimés à partir de la dispersion des points dans le regroupement et du nombre de points qu'il contient (équations 4.2). Le tout est illustré à la figure 4.4.

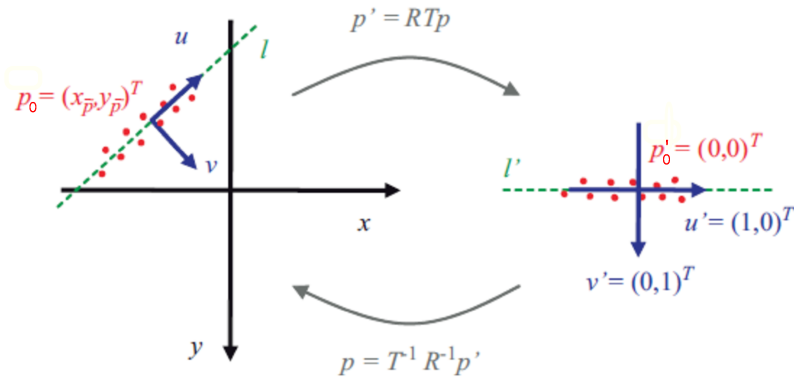


FIGURE 4.4 Illustration de la translation puis rotation d'un regroupement de points vers le référentiel primé servant au calcul des incertitudes. Cette image est tirée de l'article [1].

$$\sigma_{m'}^2 = \frac{1}{\sum_{i=0}^{n-1} (x_{p'_i})^2} \quad \sigma_{b'}^2 = \frac{1}{n} \quad \sigma_{m'b'} = 0 \quad (4.2)$$

Le Jacobien (∇f , présenté à l'équation 4.3) reliant la pente m' et l'ordonnée à l'origine b' de la droite dans le référentiel primé aux paramètres de la transformée de Hough sert ensuite à convertir les incertitudes aux paramètres θ et d .

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial d}{\partial m'} & \frac{\partial d}{\partial b'} \\ \frac{\partial \theta}{\partial m'} & \frac{\partial \theta}{\partial b'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-x_u x_{p0} - y_u y_{p0}) & 1 \\ (x_u / \sqrt{1 - x_v^2}) & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_d^2 & \sigma_{\theta d} \\ \sigma_{\theta d} & \sigma_\theta^2 \end{pmatrix} = \nabla f \begin{pmatrix} \sigma_{m'}^2 & \sigma_{m'b'} \\ \sigma_{m'b'} & \sigma_{b'}^2 \end{pmatrix} \nabla f^T \quad (4.4)$$

Les incertitudes obtenue à ce stade-ci sont telles que présentées dans l'article [1] en référence. Cependant, il a été omis de mentionner que dans cet article, l'auteur suppose que l'incertitude sur les pixels composant une ligne provient uniquement de la pixelisation de l'image. Cette hypothèse ne s'applique toutefois pas aux diagrammes de stabilité mesurés car les mesures effectuées contiennent du bruit. De plus, les événements composant les transitions sont des événements statistiques qui dépendent du taux tunnel entre la boîte quantique et son réservoir. Le résultat net de ces deux contributions est un élargissement des transitions dans N. Une correction supplémentaire est donc apportée aux incertitudes obtenues à cette étape.

Dans un premier temps, un critère indiquant le degré de désaccord avec le cas idéal doit être établi. Un critère simple pour cette tâche est le ratio de la hauteur sur la longueur du regroupement de points. Ce ratio est calculé efficacement dans le référentiel primé puisque la hauteur correspond à $\max(p'_y) - \min(p'_y)$ et la longueur à $\max(p'_x) - \min(p'_x)$. Si les points sont très près du cas idéal (donc parfaitement colinéaires), le ratio vaudra $1/N$ et tendra vers 0 pour N grand. Au contraire, si le regroupement n'a pas vraiment de direction privilégiée et que les points forment une tache sur le diagramme, le ratio va plutôt tendre vers 1. Naïvement, la correction sur l'incertitude σ_θ^2 pourrait être simplement de multiplier par le ratio calculé. Cependant, cette correction a pour effet de diminuer la valeur de σ_θ^2 même dans le cas idéal où l'incertitude tirée de l'article est déjà adéquate. La correction doit donc être de 1 dans le cas où le ratio = $1/n \rightarrow 0$ et doit être beaucoup plus grande que 1 si le ratio tend vers 1.

Une telle correction peut être atteinte simplement en prenant $\text{corr} = (\text{ratio} \cdot n)$. Avec cette correction, lorsque le regroupement est près du cas idéal, σ_θ^2 demeurera à peu près à la valeur obtenue à l'aide du calcul tiré de l'article et si, au contraire, le regroupement est une tache, l'incertitude explosera par un facteur n. Si n est grand, l'objectif sera atteint ($\sigma_\theta^2 \approx (\pi/2)^2$) et dans le cas contraire, la reconstruction des transitions écartera le regroupement dû à sa longueur trop petite.

Boîte technique 4 : Calcul du pointage pour le regroupement de deux segments

Algorithme 7 : Calcul du pointage pour le regroupement de deux segments

Entrée : R0, R1 {regroupements de points}

- 1 : $g \leftarrow \{\text{distance entre les bouts de R0 et R1}\}$
- 2 : $s \leftarrow \{\text{distance entre le centre du regroupement le plus court et le prolongement du plus long}\}$
- 3 : $d\theta \leftarrow \{\text{différence d'angle entre R0 et R1}\}$
- 4 : $l \leftarrow \{\text{longueur du regroupement le plus court}\}$
- 5 : $\sigma_\theta \leftarrow \min(\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2})$
- 6 : $\text{score} \leftarrow \frac{4d\theta s(g+l)}{\pi l^2}$ {pointage pour la colinéarité entre les 2 regroupements}
- 7 : $\text{corr} \leftarrow d\theta / \sigma_\theta$
- 8 : **if** $\text{corr} > 1$ **do**
- 9 : $\text{score} \leftarrow \text{score} \cdot \text{corr}$
- 10 : {une pénalité est ajoutée si la différence d'angle est au-delà de la plus petite incertitude sur l'angle}
- 11 : **end if**
- 12 : **return** score

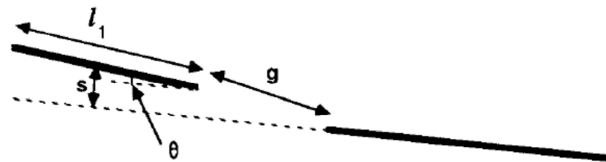


FIGURE 4.5 Illustration des paramètres utilisés pour le calcul du pointage (critère de colinéarité).

Boîte technique 5 : Regroupement des points de transitions

Afin d'utiliser les outils décrits jusqu'ici dans le module de reconnaissance d'image, les points de transition doivent être regroupés selon un critère de proximité. Dans le cadre de ce travail, un regroupement sera défini de telle sorte que chacun des points le composant soit adjacent à au moins un autre point du regroupement.

Pour former un regroupement, un point de transition est d'abord sélectionné au hasard puis placé dans une liste vide. Ce pixel est alors fixé à 0 dans l'image afin d'éviter de le recompter. Pour chacune des 8 coordonnées adjacentes à ce pixel, l'image est inspectée. Chaque pixel correspondant à une transition est ajouté à la liste de pixels du regroupement puis sa valeur est changée à 0 dans l'image. Cette vérification est

effectuée séquentiellement pour chaque point de la liste jusqu'à ce que la liste ait été vérifiée entièrement.

Par la suite, si le nombre de points dans la liste est plus grand que 5, l'ensemble de points est accepté comme étant un regroupement. Dans le cas contraire, ces pixels sont ajoutés à une liste de surplus et seront exclus pour la reconstruction des transitions.

Le tout est effectué récursivement jusqu'à ce que l'image ne contienne que des 0. Tous les points de transition détectés ont alors été placés dans un regroupement ou identifiés comme un faux positif puis placé dans la liste de surplus.

Algorithme 8 : Algorithme de regroupement des points

Entrée : *Img* {Image Binaire 2D}, *tmr*=5 {taille minimale des regroupements},
tms=0 {taille maximale de séparation des points}

```

1 : Clist  $\leftarrow$  [] {Liste vide}
2 : leftover  $\leftarrow$  [] {Liste vide}
3 : while  $I \neq 0 \forall$  pixels do
4 :   index  $\leftarrow$  0
5 :   group  $\leftarrow$  [] {Liste vide}
6 :    $p0 \leftarrow \text{any}(\text{pixel} \neq 0 \text{ in } \text{Img})$ 
7 :   group  $\leftarrow \text{append}(p0)$ 
8 :    $\text{Img}(p0) \leftarrow 0$  {Le pixel de la coordonnée  $\vec{p_0}$  dans Img est modifiée à 0}
9 :   while  $\text{size}(\text{group}) > \text{index}$  do
10 :    for  $p1 = \text{pixel à moins de } tms \text{ de } \text{group}[\text{index}]$  do
11 :      if  $p1 == 1$  do
12 :        group  $\leftarrow \text{append}(p1)$ 
13 :         $\text{Img}(p1) \leftarrow 0$ 
14 :      end if
15 :    end for
16 :    index  $\leftarrow$  index + 1
17 :  end while
18 :  if  $\text{size}(\text{group}) < tmr$  do
19 :    leftover  $\leftarrow$  toutes les pixels  $\in$  group
20 :  else
21 :    clist  $\leftarrow \text{append}(\text{group})$ 
22 :  end if
23 : end while
24 : return Clist, leftover

```

Boîte technique 6 : Segmentation des regroupements de points

L'algorithme de segmentation des regroupements constitue une partie essentielle de la stratégie adoptée pour le module de reconnaissance d'image. La transformée de Hough telle qu'appliquée dans ce travail ne permet pas de détecter la courbure qui peut survenir dans certaines transitions d'un diagramme fontaine. C'est pour cette raison que certains regroupements de points doivent être séparés en plus petits regroupements qui pourront être approximés comme linéaires.

La méthode de segmentation utilisée est extrêmement simple à réaliser mais demeure très efficace malgré tout. Contrairement à d'autres solutions qu'on retrouve dans la littérature, cette méthode demeure très rapide à calculer.

L'algorithme débute en calculant le ratio de la hauteur sur la largeur du regroupement qui lui est donné en entrée (figure 4.6(a)). Il centre ensuite le regroupement à l'origine puis utilise les vecteurs \vec{u} et \vec{v} pour tourner le regroupement afin que sa direction privilégiée soit selon l'axe des \vec{x} . Les deux points les plus éloignés de part et d'autre de l'origine sont alors identifiés et les paramètres a et b du segment traversant ces deux points sont calculés. Le point le plus éloigné de ce segment est identifié puis le regroupement est tronqué à ce point (figure 4.6(b)). Les ratios hauteur/largeur de ces deux nouveaux regroupements sont alors calculés et si un des deux ratios est meilleur que le ratio du regroupement initial, la coupure est acceptée (figure 4.6(c)). Dans le cas contraire, le regroupement initial est conservé. Le tout est effectué récursivement jusqu'à ce qu'aucune coupure ne soit retenue.

L'algorithme est détaillé à l'algorithme 9 et illustré à la figure 4.6, tiré de la référence [37].

Algorithme 9 : Segmentation d'un regroupement de points

Entrée : R {regroupement de points}, \vec{u} {vecteur de la direction privilégiée de R },
 \vec{v} {vecteur perpendiculaire à \vec{u} }

- 1 : $\text{ratio} \leftarrow \{\text{ratio de la hauteur sur la longueur du regroupement}\}$
- 2 : $\vec{p0} \leftarrow \text{avg}(R)$ {moyenne de tous les points dans R }
- 3 : $\text{rot_R} \leftarrow \{\text{translation de } p0 \text{ à l'origine puis rotation autour de } p0 \text{ afin que } \vec{u}' = (1, 0)^T\}$
- 4 : $p_-, p_+ \leftarrow \{\text{points les plus éloignés de } p0 \text{ de part et d'autre de l'axe } \vec{x}\}$
- 5 : $\text{seg}(a, b) \leftarrow \{\text{segment de pente } a \text{ et ordonnée } b \text{ passant par } p_- \text{ et } p_+\}$
- 6 : $d \leftarrow []$ {liste vide}
- 7 : **for** p **in** rot_R **do**

```

8:    $d \leftarrow \text{append}(\text{dist}(p, \text{seg}(a,b)))$ 
9: end for
10:  $p_{\text{cut}} \leftarrow \max(d)$ 
11:  $R0 \leftarrow \{\text{tous les points } p \text{ pour lesquels } x_p < x_{p_{\text{cut}}}\}$ 
12:  $R1 \leftarrow \{\text{tous les points } p \text{ pour lesquels } x_p \geq x_{p_{\text{cut}}}\}$ 
13:  $\text{ratio0}, \text{ratio1} \leftarrow \{\text{ratios de la hauteur sur la longueur des regroupements } R0 \text{ et } R1\}$ 
14: if ( $\text{ratio0}$  or  $\text{ratio1}$ )  $<$   $\text{ratio}$  do
15:   return  $R0, R1$ 
16: else
17:   return None

```

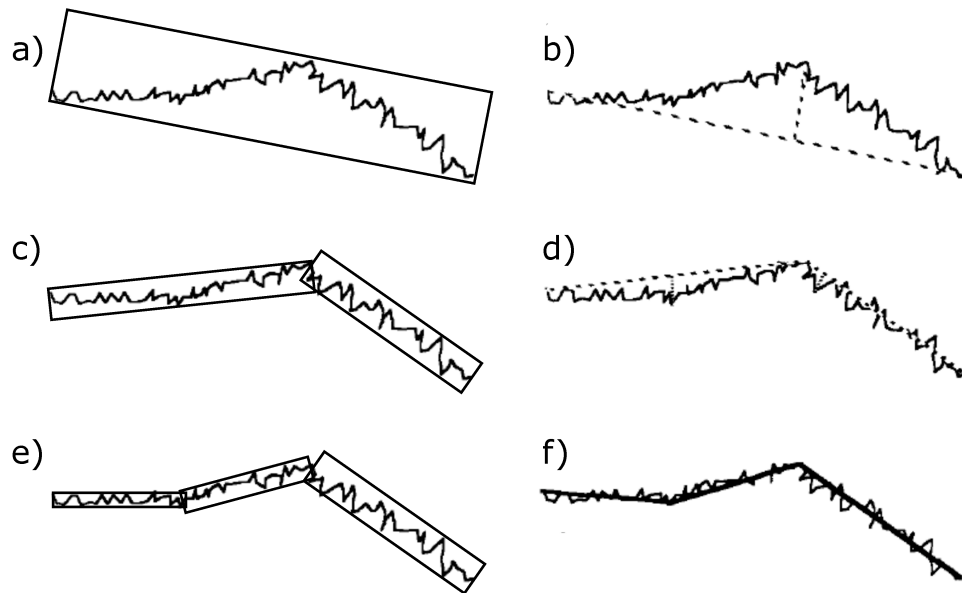


FIGURE 4.6 Illustration de l'algorithme de segmentation récursif d'un regroupement de points. Cette image est tirée de la réf [1].

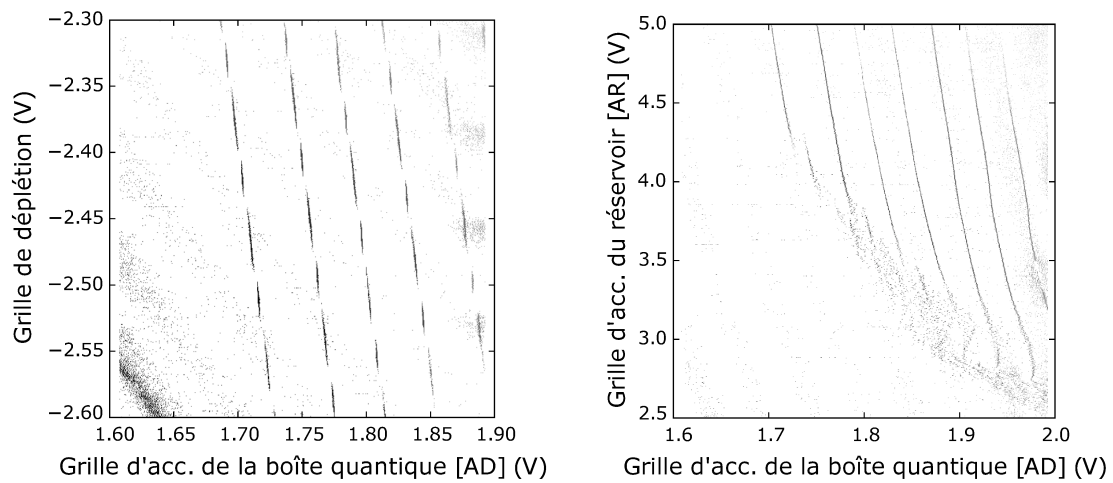


FIGURE 4.7 Transitions détectées pour deux diagrammes de stabilité suite au module de traitement de signal.

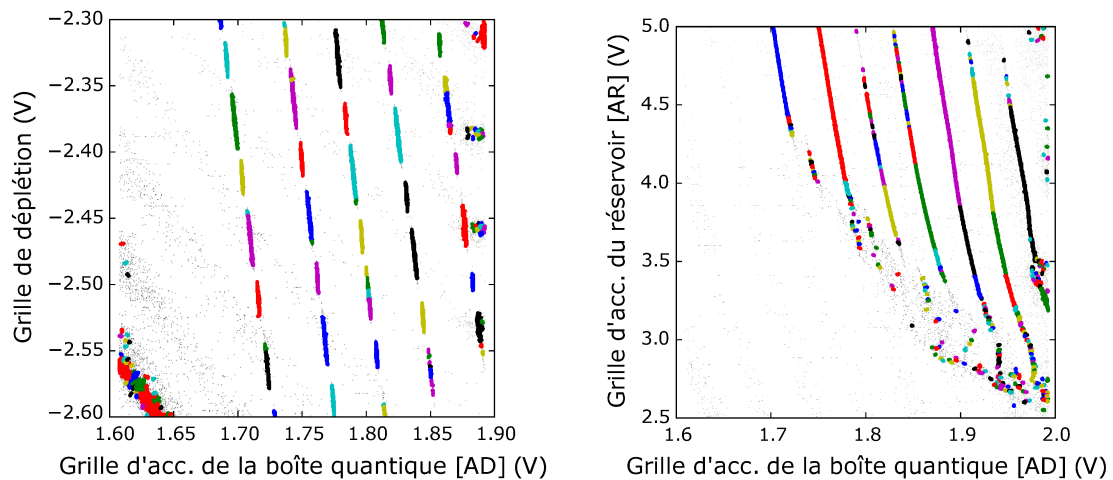


FIGURE 4.8 Résultat des algorithmes de regroupement et segmentation sur les deux diagrammes de stabilité en exemples à la figure 4.7.

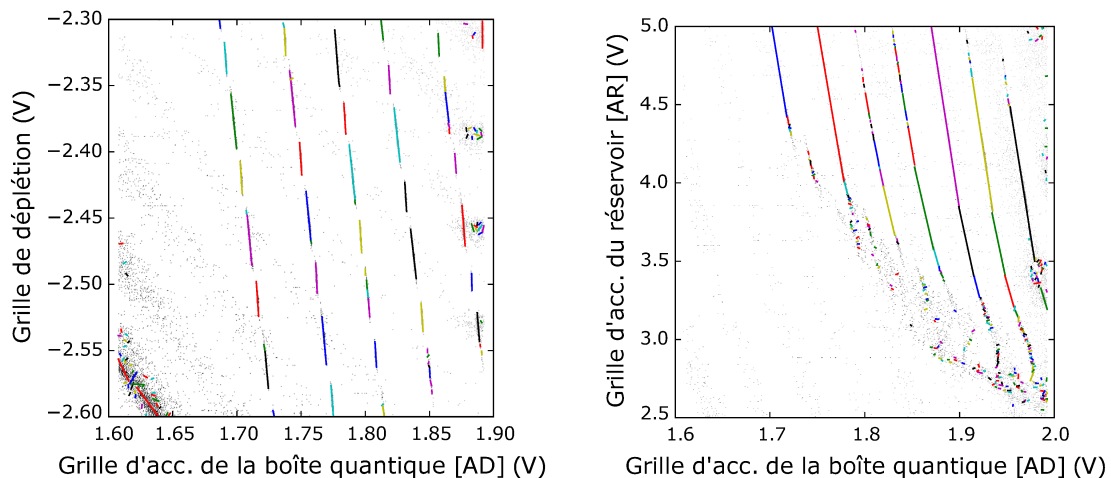


FIGURE 4.9 Résultat de la transformée de Hough modifiée pour chacun des regroupements de points de la figure 4.8. Le meilleur segment détecté pour chacun des regroupements a été tracé sur l'image.

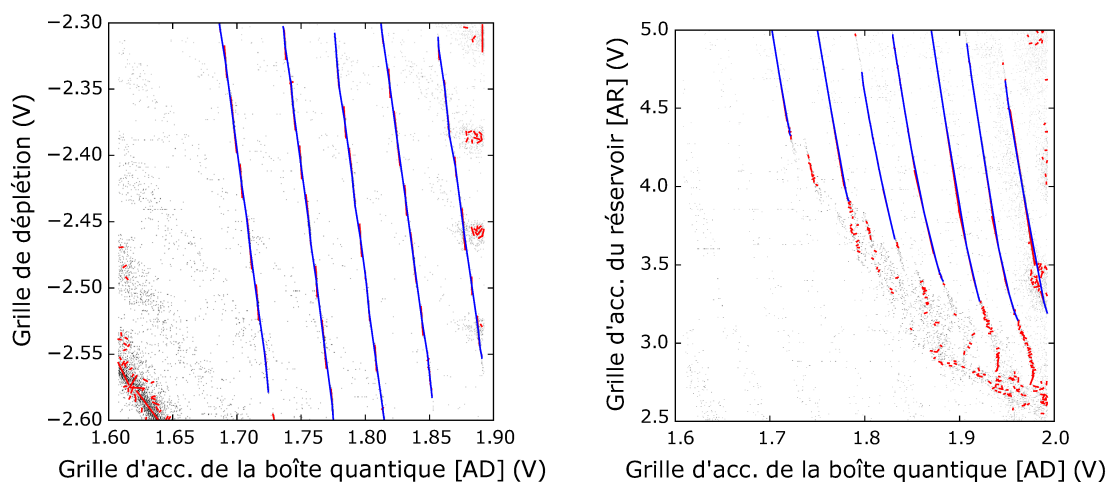


FIGURE 4.10 Résultat final du module de reconnaissance d'image. (rouge) segments détectés pour chacun des regroupements de points de la figure 4.10 et (bleu) transitions reconstruites à partir de ces segments.

Chapitre 5

Séquence de mesures

Ce chapitre présente tout ce qui est en lien avec la prise de décision du programme conçu pour l'initialisation d'une boîte quantique. Dans un premier temps, les spécification et la préparation que l'utilisateur doit effectuer avant le démarrage du programme seront décrits. Ensuite, la séquence des mesures effectuées par le programme pour l'atteinte du régime d'opération désiré sera détaillée et, finalement, la performance de l'algorithme sera discutée.

5.1 Préparation pour le démarrage du programme

Avant le démarrage du programme d'initialisation, l'utilisateur doit spécifier quelques paramètres au programme. Ce dernier doit également préparer l'échantillon dans une configuration qui permettra le bon fonctionnement du programme.

Dans un premier temps, l'utilisateur doit indiquer au programme quelles sont les grilles de contrôle du réservoir et de la boîte quantique (donc les deux paramètres de contrôle disponibles au programme). Les autres grilles doivent ensuite être activées à des voltages qu'il juge raisonnables pour l'architecture de grille du dispositif. Par la suite, la résolution en tension de ces deux grilles est fixée pour l'ensemble des mesures qui seront effectuées par le programme. Finalement, l'utilisateur spécifie les limites en tension pouvant être appliquée sur les grilles de contrôle. Ces limites servent à éviter que le programme ne grille l'échantillon.

Boîte technique 7 : Dimension des mesures

Lorsque la position de la prochaine mesure a été déterminée par le module de séquence du programme, la dimension de cette mesure doit être adaptée en fonction de sa position dans le diagramme de stabilité. Tel qu'expliqué à la sous-section pour l'extraction de la fréquence de coupure, la portion du diagramme mesurée doit être suffisamment large pour contenir au minimum une oscillation complète dans le courant circulant dans le transistor mono-électronique. L'algorithme 10 est donc utilisé pour déterminer la dimension de la mesure permettant que la condition soit remplie.

Algorithme 10 : Calcul de la dimension d'une mesure

Entrée : V_x, V_y {coordonnées d'un coin ou du centre de la prochaine mesure à effectuer}, $resol_x, resol_y$ {résolutions spécifiées par l'utilisateur}

- 1 : $t \leftarrow \{mesure\ d'une\ trace\ centrée\ à\ la\ coordonnée\ V_x\ à\ V_y\ fixé\}$
- 2 : $p \leftarrow \{position\ des\ pics\ à\ l'aide\ d'un\ algorithme\ de\ détection\ de\ maxima\ et\ minima\ locaux\}$
- 3 : $f_est \leftarrow \{estimation\ de\ la\ fréquence\ à\ l'aide\ de\ la\ position\ des\ pics,\ p\}$
- 4 : $Range_x \leftarrow 1/f_est$
- 5 : $Range_y \leftarrow 40 \cdot resol_y$
- 6 : **return** $Range_x, Range_y$

Dans un premier temps, le programme mesure une trace le long de l'axe x (donc à V_y fixé) centrée à la coordonnée du coin ou du centre de la prochaine mesure. Ce dernier utilise ensuite un algorithme de détection de pics pour estimer la position des maxima et des minima dans les oscillations de I_{SET} . À partir de ces coordonnées, une fréquence est estimée pour ces oscillations. La largeur de la prochaine mesure est alors ajustée afin qu'elle contienne une oscillation.

La hauteur (résolution en y) d'une mesure est quant à elle fixée à 40 fois la résolution selon cet axe. Cela permet d'obtenir des regroupements de points suffisamment longs pour être utilisés par le module de reconnaissance d'images servant à la vectorisation des transitions.

5.2 Séquence de mesures

La séquence de mesures réalisée est relativement simple. Premièrement, l'algorithme effectue une série de mesures dans le but de trouver n'importe quelle transition puis il vide la boîte quantique de tous ses électrons avant d'y replacer un seul électron.

Pour trouver une première transition, l'algorithme débute avec une première mesure complètement à la droite du diagramme de stabilité, à $V_y = avg(V_{ymin}, V_{ymax})$. Il effectue alors un balayage en diagonale vers le haut et la gauche jusqu'à ce que la prochaine mesure dépasse une des limites de tension (V_{xmin} ou V_{ymax}) spécifiées par l'utilisateur. Lorsque c'est le cas, la mesure est ramenée complètement à la droite du diagramme à une tension plus ou moins élevée, en alternance. Cette procédure est arrêtée dès qu'une transition est détectée dans l'une des mesures. Lorsque c'est le cas, une seconde mesure centrée sur la transition et de plus grande dimension est effectuée afin de vérifier que la transition détectée n'est pas un artefact du traitement de signal ou de la reconnaissance d'images.

Si la transition est réelle, l'algorithme effectue une série de mesures afin de la suivre jusqu'à ce qu'elle disparaisse dû aux effets thermiques. L'algorithme se déplace alors vers la gauche afin de trouver la prochaine transition. Le tout est effectué récursivement jusqu'à ce qu'aucune autre transition ne soit détectée. Le programme étiquette alors cette dernière transition comme la transition $0 \leftrightarrow 1$ du nombre d'électrons occupant la boîte quantique. L'objectif qui avait été fixé dans le cahier des charges est alors atteint et le dispositif de boîte quantique a été initialisé avec succès au régime à un électron.

La dimension des mesures effectuées est adaptée en fonction de la position dans le diagramme de stabilité, selon la fréquence des oscillations dans le courant circulant dans le SET. L'algorithme calculant la dimension d'une mesure est décrit dans la boîte technique 7.

La séquence est illustrée pour le diagramme fontaine 4.7 (diagramme ayant servi en exemple pour l'ensemble du mémoire) à la figure 5.1a. La première mesure correspond à la boîte bleue marin et la dernière à la boîte bourgogne. Les transitions détectées y ont également été tracées en rouge à la figure 5.1b et la dernière transition détectée a, quant à elle, été tracée en bleue. Un deuxième exemple, cette fois pour un diagramme non-trivial, est également présenté aux figures 5.2a et 5.2b. Sur ce diagramme, les transitions disparaissent rapidement dû aux effets thermiques et on y retrouve la présence de bruit télégraphique (à $V_y \approx 5.2$ V). Malgré ces caractéristiques de la fontaine, le programme est capable d'identifier avec succès la dernière transition et donc d'initialiser la boîte quantique au régime à un seul électron.

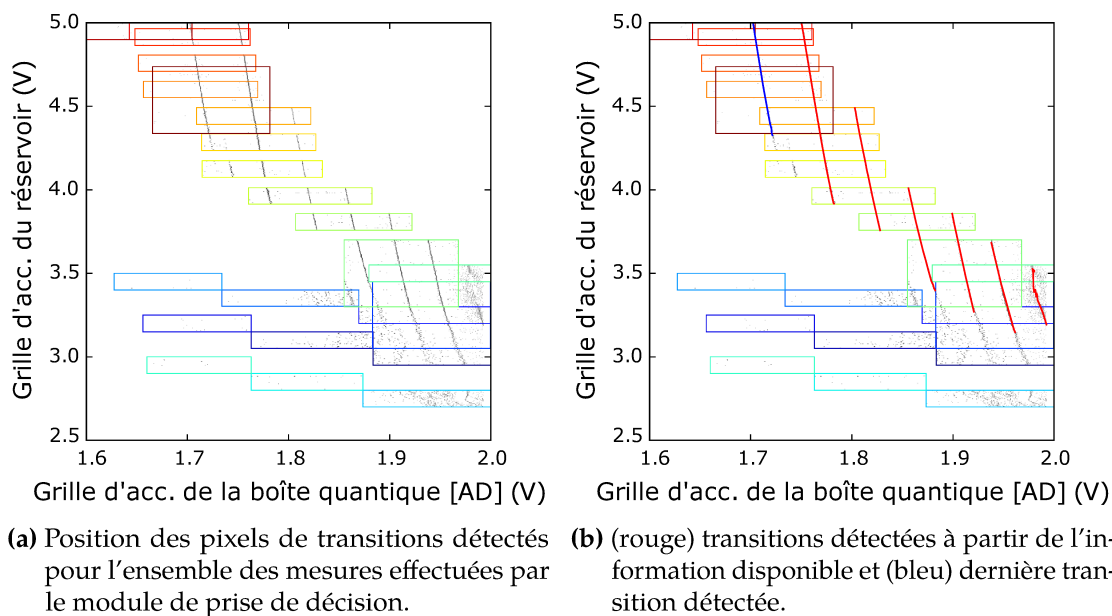


FIGURE 5.1 Séquence de mesures pour l'initialisation d'une boîte quantique. La première mesure effectuée est en bleu marin et la dernière en bourgogne.

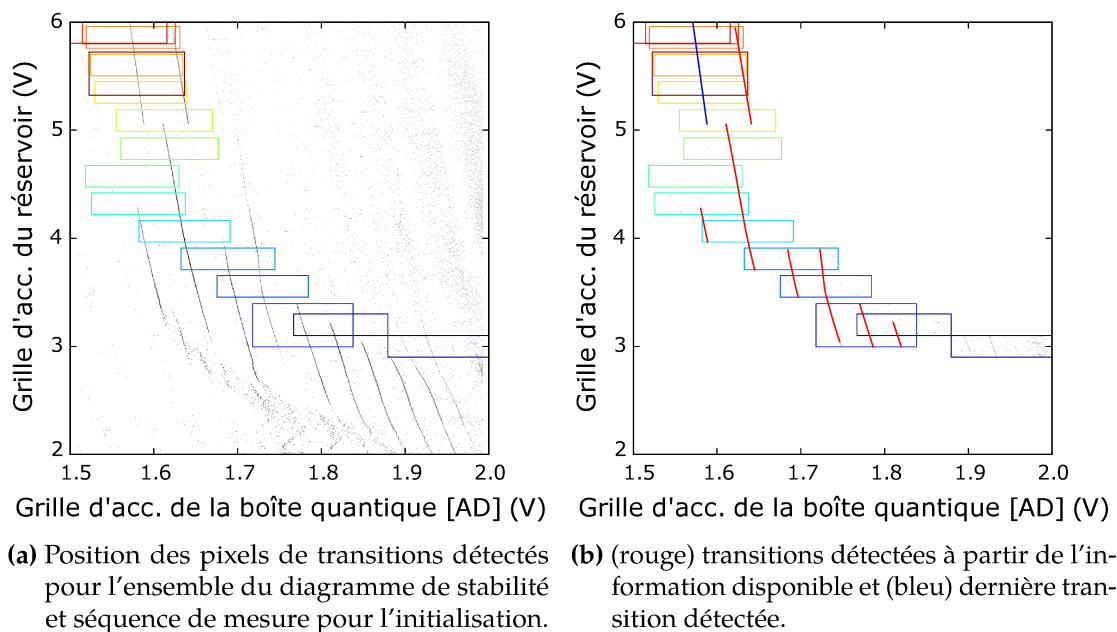


FIGURE 5.2 Séquence de mesures pour l'initialisation d'une boîte quantique dont le diagramme de stabilité comprend plusieurs caractéristiques non idéales. La première mesure effectuée est en bleu marin et la dernière en bourgogne.

5.3 Résultats et performance

L'objectif du programme conçu était d'initialiser une boîte quantique au régime à un seul électron sans devoir mesurer l'entièreté du diagramme de stabilité. Pour ce faire, le programme effectue plutôt une série de mesures qui représentent seulement de petites portions du diagramme de stabilité. Comme le temps de mesure représente la majorité de l'occupation de l'algorithme (le temps d'analyse est négligeable devant le temps de mesure), le gain correspond donc grossièrement au ratio de superficie des mesures effectuées sur la superficie du diagramme de stabilité entier.

Pour les deux diagrammes en exemple (5.1a et 5.2a), ce gain est de 0.34 et 0.12 respectivement.

Cependant, il faut mentionner que lorsqu'un dispositif est initialisé manuellement, plusieurs mesures précèdent celle du diagramme de stabilité. Ces mesures permettent à l'utilisateur de se bâtir une intuition de la physique du dispositif et lui permettent de déterminer les plages de tension pertinentes pour la mesure du diagramme. Le nombre de mesures et le temps requis pour les compléter varie grandement d'un dispositif à un autre, mais cela peut requérir plusieurs heures et plus d'une centaine de mesures. Sans ces mesures préliminaires, les plages de tension pour la mesure d'un diagramme de stabilité devraient être significativement plus larges et le gain obtenu via l'utilisation du programme développé serait alors significativement meilleur. De plus, l'utilisateur pourrait indiquer au programme un régime d'opération pour lequel une boîte quantique d'une architecture de grille donnée contient généralement plusieurs électrons comme point de départ de l'algorithme. Cela permettrait ainsi de diminuer le temps requis à l'algorithme pour trouver une première transition. Le gain obtenu par l'utilisation du programme développé dans le cadre de ce travail serait alors de beaucoup meilleur, probablement de l'ordre de quelques pourcents.

Un avantage supplémentaire à l'utilisation du programme développé est le fait que ce dernier peut être utilisé parallèlement sur plusieurs échantillons. Il s'agit là d'une tâche qu'aucun humain ne serait en mesure d'effectuer efficacement.

Chapitre 6

Perspectives

Ce chapitre présente certaines améliorations qui pourraient être apportées au programme afin d'améliorer sa performance ou sa fiabilité ainsi que quelques limitations du programme tel qu'il est présentement réalisé. Les améliorations présentées sont des idées qui ont été explorées à des degrés plus ou moins avancés mais qui n'ont pas été réalisées dans cette première version du programme dû à un manque de temps ou parce qu'une alternative déjà fonctionnelle avait été développée.

Résolution variable

Dans sa version actuelle, le module de prise de décision (dictant la séquence de mesures) requiert une résolution en tension fixe pour l'ensemble de toutes les mesures. Dans certaines portions du diagramme de stabilité, il pourrait être utile d'augmenter ou de réduire cette résolution afin d'augmenter la visibilité des transitions ou d'augmenter la superficie couverte dans un même temps de mesure. Le problème en lien avec une résolution variable est le poids qu'auraient des pixels issus de différentes portions du diagramme de stabilité. Par exemple, si la résolution est diminuée de moitié pour une certaine mesure, les pixels de cette mesure seraient alors quatre fois plus gros que ceux des mesures précédentes. Si ces pixels sont séparés en 4, cela causerait des problèmes pour le regroupement des pixels car chaque groupe de deux mégapixels formerait alors un regroupement de 8 pixels de taille corrigée. Dans le cas contraire où ces mégapixels ne seraient pas sectionnés, il apparaîtrait alors des problèmes de connectivité aux interfaces des mesures où la résolution change.

La réalisation d'une résolution variable exigerait donc de repenser le module de reconnaissance d'images pour tenir compte de cette nouvelle caractéristique et il s'agit là d'un

problème auquel nous n'avons aucune solution à présenter. C'est pour cette raison que dans son design actuel, le programme fonctionne avec une résolution de tension fixe pour l'ensemble des mesures qu'il effectue.

Ajout d'un paramètre d'initialisation : couplage tunnel

Dans le cadre de ce travail, "l'initialisation" de la boîte quantique ne comprend qu'un seul paramètre, soit le nombre d'électrons occupant la boîte quantique. L'utilisateur pourrait désirer initialiser son dispositif à un seul électron mais aussi spécifier le couplage tunnel entre la boîte quantique et son réservoir.

Pour ce faire, le programme débiterait par placer un seul électron dans la boîte quantique à l'aide de la séquence présentée au chapitre 5. Par la suite, des mesures du taux tunnel entre la boîte quantique et son réservoir seraient effectuées le long de la transition. Ces mesures seraient effectuées en ajustant les tensions de grilles exactement sur la transition faisant passer le nombre d'électrons de 0 à 1 dans la boîte quantique puis en prenant une trace temporelle de l'occupation de la boîte quantique. Le nombre d'ajouts et de retraits d'un électron dans la boîte est alors compté et un taux tunnel peut être calculé.

Il est attendu que le taux tunnel varie exponentiellement le long de la transition. Le programme pourrait effectuer quelques mesures sur la transition puis extrapoler le taux tunnel pour l'entièreté de celle-ci. Il suffirait alors de se positionner là où le taux tunnel est à la valeur spécifiée par l'utilisateur au démarrage du programme.

Mesures de taux tunnel

Le fonctionnement du module de prise de décision consiste à vider la boîte quantique de tous ses électrons puis de retraverser la dernière transition détectée pour y placer un seul électron. Un problème peut toutefois subvenir avec cette méthode. En effet, la dernière transition détectée par le programme peut ne pas être la transition $0 \leftrightarrow 1$ de la boîte quantique. Il se peut que le programme place la boîte quantique dans un régime à peu d'électrons (2 ou 3 par exemple) puis ne soit pas en mesure de détecter les transitions suivantes si ces dernières ont un taux tunnel plus lent que le temps d'intégration des mesures.

Le programme pourrait alors effectuer des mesures supplémentaires qui lui permettraient de confirmer que la dernière transition qu'il a détectée est bel et bien la transition $0 \leftrightarrow 1$. Ces mesures seraient des mesures de taux tunnel sur les transitions du niveau d'occupation électronique de la boîte quantique. Pour l'architecture de grille utilisée, les grilles d'accumulation de la boîte quantique et du réservoir (AD et AR, respectivement) ont une influence linéaire sur la hauteur et la largeur de la barrière tunnel séparant la boîte quantique de son réservoir. Cette dépendance linéaire se traduit par une dépendance exponentielle du taux tunnel avec la tension de grille [38]. Ce taux tunnel pourrait donc être mesuré exactement sur les transitions pour les quelques dernières ayant été détectées par le programme à une tension V_y (AR) fixe. Une extrapolation pourrait alors être effectuée afin de prédire le taux tunnel qu'aurait une possible transition $-1 \leftrightarrow 0$ n'ayant pas été détectée par le programme. Si le taux tunnel ainsi prédit est plus rapide que le temps d'intégration, la dernière transition détectée est réellement la transition $0 \leftrightarrow 1$. Dans le cas contraire, une mesure additionnelle peut être effectuée avec un temps d'intégration beaucoup plus lent afin de vérifier s'il y a ou non une autre transition à voltage plus faible.

Performance du programme

Bien que le temps d'analyse du programme demeure assez faible pour la taille des diagrammes mesurés, il est attendu que les outils de reconnaissance d'image seront plus coûteux pour l'initialisation de doubles boîtes. Il est donc important de s'assurer que le programme demeure aussi performant que possible à chaque étape de son fonctionnement. Pour le module de traitement de signal, le "bottleneck" se situe dans l'extraction de la fréquence de coupure. Le lissage à effectuer est l'étape la plus coûteuse et cette méthode, bien que stable pour les signaux mesurés sur les échantillons à l'étude, n'est peut-être pas applicable à toutes les architectures de dispositifs.

Une approche totalement différente ne requérant pas cette étape consisterait à décomposer l'image du diagramme de stabilité dans une base donnée puis de ne conserver que les composantes contribuant aux sauts dans les oscillations. Cette approche avait été explorée au tout début du projet alors que l'image avait été décomposée selon son contenu en fréquence puis les basses fréquences, incluant les oscillations dans le courant circulant dans le set, étaient filtrées. Cependant, le signal ainsi obtenu contenait plusieurs artefacts et certaines transitions n'étaient plus visibles. Cela avait alors été expliqué par le fait que ces marches, qui correspondent aux transitions dans le nombre d'électrons de la boîte quantique, contiennent également des composantes à basse fréquence. D'ailleurs, les composantes en fréquence les plus importantes d'une fonction marche sont ses composantes à basse fréquence. Le filtre appliqué était donc soit trop sévère, faisant disparaître les sauts, soit pas assez sévère, ce qui conservait des oscillations dans le signal filtré.

Il serait intéressant d'explorer cette avenue (de décomposer l'image) avec une base plus appropriée au problème. Cette base devrait être en mesure de conserver les caractéristiques locales du signal. Il existe une base de décomposition répondant à cette restriction et il s'agit des ondelettes. L'idée serait donc de décomposer le diagramme de stabilité mesuré en ondelettes puis d'effacer toutes les composantes délocalisées pour ensuite reconstruire l'image qui ne comprendrait alors que les marches correspondant aux transitions de N .

Cette approche n'a pas été mise à l'essai simplement parce qu'au moment où nous avons eu cette idée, une solution fonctionnelle avait déjà été mise en oeuvre pour le module de traitement de signal (avec la transformée de Hilbert).

Formation et ajustement du SET

Une des tâches de l'utilisateur préalablement au démarrage du programme d'initialisation est d'ajuster le SET pour la détection de charge. Pour ce faire, l'utilisateur effectue des mesures de diagrammes de stabilité avec différentes combinaisons des grilles de confinement du SET et de la grille d'accumulation du SET. Le régime d'opération recherché en est un où l'amplitude des oscillations est la plus grande possible sur une assez large plage de tension.

Bref, pour initialiser le SET, le programme n'aurait qu'à effectuer une série de mesures prédéfinies et adéquatement sélectionnées puis d'extraire l'enveloppe des oscillations. Cette tâche pourrait être effectuée à l'aide de la transformée de Hilbert, utilisée dans le module de traitement de signal. En effet, le signal analytique obtenu suite au calcul de la transformée

de Hilbert permet l'extraction de l'enveloppe d'un signal à l'aide de l'équation 3.8. Le programme sélectionnerait ensuite la région où l'enveloppe est maximale tout en s'assurant que cette dernière demeure suffisamment élevée sur une plage de tension préalablement définie pour une grille donnée.

L'ajustement du SET pourrait également être répété entre certaines mesures au cours de l'initialisation de la boîte quantique au besoin.

Initialisation de doubles boîtes quantiques

Bien que l'objectif fixé dans le cahier des charges d'initialiser une boîte quantique seule ait été complété avec succès, le programme conçu ne permet pas d'initialiser des systèmes contenant plusieurs boîtes quantiques. Pour ce faire, des outils additionnels devront être développés dans le module de reconnaissance d'images.

Lors de l'initialisation de doubles boîtes quantiques, certaines mesures effectuées comprendront des transitions appartenant aux deux boîtes quantiques. Ces transitions auront des pentes différentes en raison de leur disposition spatiale dans l'échantillon. Ces transitions vont donc se croiser en certains points. Cela implique que certains regroupements de points auront une forme de X et ne pourront être utilisés pour la reconstruction des deux transitions. Il sera donc essentiel de développer un outil pour identifier ces regroupements de points puis les séparer en regroupements approximativement linéaires.

Le programme devra également être en mesure d'identifier à quelle boîte quantique appartient chaque transition détectée. Un critère de parallélisme pourra alors être utilisé à cette fin. En effet, dans un diagramme de stabilité donné, les transitions appartenant à une même boîte quantique devraient être environ parallèles les unes par rapport aux autres.

Finalement, le programme devra être en mesure d'identifier le niveau d'occupation de la double boîte quantique. Pour ce faire, une mesure d'un diagramme de stabilité des deux grilles d'accumulation des deux boîtes quantiques peut être effectué. Dans cette mesure, il existe des points nommés points triples auxquels trois transitions se regroupent. En développant un outil permettant au programme d'identifier la position de ces points, ce dernier devrait être en mesure d'initialiser efficacement des doubles boîtes quantiques.

Conclusion

Dans ce travail, un programme servant à initialiser une boîte quantique unique a été conçu et réalisé. Ce dernier a été testé sur divers diagrammes de stabilité mesurés sur différents dispositifs et permet des gains de près d'un ordre de grandeur sur le temps d'initialisation par rapport à la mesure complète du diagramme de stabilité. Le programme requiert seulement que l'utilisateur initialise le SET pour la détection de charge et quelques paramètres en entrée.

L'utilisation de la transformée de Hilbert permet au module de traitement de signal d'extraire avec succès la position des transitions du niveau d'occupation de la boîte quantique via l'extraction de la phase du signal. Les quelques artefacts pouvant apparaître dû à l'utilisation de cet outil sont corrigés à l'étape suivante du traitement de l'image, dans le module de reconnaissance d'image.

Pour obtenir une équation exprimant la position des transitions du nombre d'électrons dans la boîte quantique, divers outils de reconnaissance d'image sont utilisés. L'outil principal du module de reconnaissance d'image est la transformée de Hough et une procédure de vote améliorée permet de calculer la transformée de Hough de façon performante.

Les modules de traitement de signal et de reconnaissance d'image combinés permettent au programme d'extraire toute l'information pertinente à son bon fonctionnement et les outils mathématiques utilisés dans ces derniers sont des contributions nouvelles dans le domaine des qubits de spin dans des boîtes quantiques.

La suite de ce travail consistera à réduire davantage l'apport de l'utilisateur avant le démarrage du programme d'initialisation, d'améliorer la performance de certains de ses modules et d'étendre son utilisation pour l'initialisation de doubles boîtes quantiques. Plusieurs idées ont été explorées à ces fins et un aperçu de ces dernières sont présentées dans la section sur les perspectives.

Bibliographie

- [1] L. A. Fernandes and M. M. Oliveira, "Real-time line detection through an improved hough transform voting scheme," *Pattern Recognition*, vol. 41, no. 1, pp. 299 – 314, 2008.
- [2] R. R. Schaller, "Moore's law : past, present and future," *IEEE Spectrum*, vol. 34, pp. 52–59, June 1997.
- [3] J. R. Powell, "The quantum limit to moore's law," *Proceedings of the IEEE*, vol. 96, pp. 1247–1248, Aug 2008.
- [4] P. W. Shor, "Algorithms for quantum computation : discrete logarithms and factoring," in *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*, pp. 124–134, Nov 1994.
- [5] L. K. Grover, "Fast quantum mechanical algorithm for database search," in *In Proceeding of the STOC 28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computation*, pp. 212–219, 1996.
- [6] B. P. Lanyon, J. D. Whitfield, G. G. Gillet, M. E. Goggin, M. P. Almeida, I. Kassal, J. D. Biamonte, M. Mohseni, B. J. Powell, M. Barbieri, A. Aspuru-Guzik, and A. G. White, "Towards quantum chemistry on a quantum computer," *Nature Chemistry*, vol. 2, pp. 106–111, Jul 2010.
- [7] D. P. DiVincenzo, "The physical implementation of quantum computation," *arXiv:quant-ph/0002077v3*, 2000.
- [8] J. I. Cirac and P. Zoller, "Quantum computations with cold trapped ions," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 74, pp. 4091–4094, May 1995.
- [9] J. Benhelm, G. Kirchmair, C. F. Roos, and R. Blatt, "Towards fault-tolerant quantum computing with trapped ions," *Nature physics*, vol. 4, pp. 463–466, April 2008.
- [10] A. Blais, R. Huang, A. Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, "Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits : An architecture for quantum computation," *Phys. Rev. A*, vol. 69, p. 062320, Jun 2004.
- [11] F. Helmer, M. Mariantoni, A. G. Fowler, J. von Delft, E. Solano, and F. Marquardt, "Cavity grid for scalable quantum computation with superconducting circuits," *EPL*.
- [12] G. D. Fuchs, G. Burkard, P. V. Klimov, and D. D. Awschalom, "A quantum memory intrinsic to single nitrogen-vacancy centres in diamond," *Nature Physics*, vol. 7, pp. 789–793, Sep 2011.
- [13] D. Loss and D. P. DiVincenzo, "Quantum computation with quantum dots," *Phys. Rev. A*, vol. 57, pp. 120–126, Jan 1998.

- [14] B. E. Kane, "A silicon-based nuclear spin quantum computer," *Nature*, vol. 393, p. 133, 1998.
- [15] A. Morello, J. J. Pla, F. A. Zwanenburg, K. W. Chan, K. Y. Tan, H. Huebl, M. Möttönen, C. D. Nugroho, C. Yang, J. A. van Donkelaar, A. D. C. Alves, D. N. Jamieson, C. C. Escott, L. C. L. Hollenberg, R. G. Clark, and A. S. Dzurak, "Single-shot readout of an electron spin in silicon," *Nature*, vol. 467, pp. 687–691, Oct 2010.
- [16] D. Press, T. D. Ladd, B. Zhang, and Y. Yamamoto, "Complete quantum control of a single quantum dot spin using ultrafast optical pulses," *Nature*, vol. 456, pp. 218–221, Nov 2008.
- [17] N. C. Nowack, F. H. L. Koppens, Y. V. Nazarov, and L. M. K. Vandersypen, "Coherent control of a single electron spin with electric fields," *Science*, vol. 318, pp. 1430–1433, Nov 2007.
- [18] M. D. Schroer, K. D. Petersson, M. Jung, and J. R. Petta, "Field tuning the g factor in InAs nanowire double quantum dots," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 176811, Oct 2011.
- [19] M. Pioro-Ladrière, T. Obata, Y. Tokura, Y. S. Shin, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama, and S. Tarucha, "Electrically driven single-electron spin resonance in a slanting zeeman field," *Nature Physics*, vol. 4, pp. 776–779, 2008.
- [20] Y.-S. Shin, T. Obata, Y. Tokura, M. Pioro-Ladrière, R. Brunner, T. Kubo, K. Yoshida, and S. Tarucha, "Single-spin readout in a double quantum dot including a micromagnet," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, p. 046802, Jan 2010.
- [21] F. A. Zwanenburg, A. S. Dzurak, A. Morello, M. Y. Simmons, L. C. L. Hollenberg, G. Klimck, S. Rogge, S. N. Coppersmith, and M. A. Eriksson, "Silicon quantum electronics," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 85, pp. 961–1019, Jul 2013.
- [22] R. Brunner, Y.-S. Shin, T. Obata, M. Pioro-Ladrière, T. Kubo, K. Yoshida, T. Taniyama, Y. Tokura, and S. Tarucha, "Two-qubit gate of combined single-spin rotation and interdot spin exchange in a double quantum dot," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 146801, Sep 2011.
- [23] T. Meunier, V. E. Calado, and L. M. K. Vandersypen, "Efficient controlled-phase gate for single-spin qubits in quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 83, p. 121403, Mar 2011.
- [24] K. Saeedi, S. Simmons, J. Z. Salvail, P. Dluhy, H. Riemann, N. V. Abrosimov, P. Becker, H.-J. Pohl, J. J. L. Morton, and M. L. W. Thewalt, "Room-temperature quantum bit storage exceeding 39 minutes using ionized donors in silicon-28," *Science*, vol. 342, no. 6160, pp. 830–833, 2013.
- [25] J. Yoneda, K. Takeda, T. Otsuka, W. T. Nakajima, M. Delbecq, G. Allison, T. Honda, T. Kodera, S. Oda, Y. Hoshi, N. Usami, K. Itoh, and S. Tarucha, "A 99.9 percent fidelity quantum-dot spin qubit with coherence limited by charge noise," *ArXiv:1708.01454*, 2017.
- [26] M. Veldhorst, C. H. Yang, J. C. Hwang, W. Huang, J. P. Dehollain, J. T. Muhonen, S. Simmons, A. Laucht, F. E. Hudson, K. M. Itoh, A. Morello, and A. S. Dzurak, "A two-qubit logic gate in silicon," *Nature*, vol. 526, p. 410, 2015.
- [27] J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. W. van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen, and L. P. Kouwenhoven, "Single-shot read-out of an individual electron spin in a quantum dot," *Nature*, vol. 430, p. 431, 2004.

- [28] G. Tosi, F. A. Mohiyaddin, V. Schmitt, S. Tenberg, R. Rahman, G. Klimeck, and A. Morello, "Silicon quantum processor with robust long-distance qubit couplings," *Nature Communication*, Sep 2017.
- [29] D. M. Zajac, T. M. Hazard, X. Mi, E. Nielsen, and J. R. Petta, "Scalable gate architecture for a one-dimensional array of semiconductor spin qubits," *Phys. Rev. Applied*, vol. 6, p. 054013, Nov 2016.
- [30] T. Botzem, M. D. Shulman, S. Foletti, S. P. Harvey, O. E. Dial, P. Bethke, P. Cerfontaine, R. P. G. McNeil, D. Mahalu, V. Umansky, A. Ludwig, A. Wieck, D. Schuh, D. Bougeard, A. Yacoby, and H. Bluhm, "Tuning methods for semiconductor spin-qubits," *arXiv:1801.03755v1*, 2018.
- [31] S. Rochette, M. Rudolph, A.-M. Roy, M. Curry, G. T. Eyck, R. Manginell, J. Wendt, T. Pluym, S. M. Carr, D. Ward, M. P. Lilly, M. S. Carroll, and M. Pioro-Ladrière, "Single-electron-occupation metal-oxide-semiconductor quantum dots formed from efficient poly-silicon gate layout," *arXiv:1707.03895v1*, 2017.
- [32] T. A. Baart, P. T. Eendebak, C. Reichl, W. Wegscheider, and L. M. K. Vandersypen, "Computer-automated tuning of semiconductor double quantum dots into the single-electron regime," *Applied Physics Letters*, vol. 108, no. 21, p. 213104, 2016.
- [33] S. S. Kalantre, J. P. Zwolak, S. Ragole, X. Wu, N. M. Zimmerman, M. D. Stewart, and J. M. Taylor, "Machine learning techniques for state recognition and auto-tuning in quantum dots," *arXiv:1712.04914v2*, 2018.
- [34] S. L. Hahn, *Hilbert transforms in signal processing*. London : Artech House, 1996.
- [35] S. R. Deans, "Hough transform from the radon transform," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-3, pp. 185–188, March 1981.
- [36] V. Leavers, "Which hough transform?," *CVGIP: Image Understanding*, vol. 58, no. 2, pp. 250 – 264, 1993.
- [37] D. G. Lowe, "Three-dimensional object recognition from single two-dimensional images," *Artificial Intelligence*, vol. 31, no. 3, pp. 355 – 395, 1987.
- [38] K. MacLean, S. Amasha, I. P. Radu, D. M. Zumbühl, M. A. Kastner, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, "Energy-dependent tunneling in a quantum dot," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 98, p. 036802, Jan 2007.